



114 數B
學測 最前線

試題大剖析

(此份試卷解題係依據大學考試中心於 114 年 1 月 22 日所公告之答案為主)

第壹部分、選擇（填）題（占 85 分）

一、單選題（占 35 分）

說明：第 1 題至第 7 題，每題 5 分。

- 1 設數線上有一點 P 滿足 P 到 1 的距離加上 P 到 4 的距離等於 4。試問這樣的 P 有幾個？
(1) 0 個 (2) 1 個 (3) 2 個 (4) 3 個 (5) 無限多個

出處：龍騰版《數學 1》單元 2 絕對值

類似考題：《【好好學】數學 B 學測總複習講義》單元 1 數與式 P13 範例 9

解題觀念：絕對值的幾何意義

答案：(3)

解析：設 P 點為 x ，

則由題意知 $|x-1|+|x-4|=4$ 。

① 若 $x \geq 4$ ，則 $x-1+x-4=4 \Rightarrow x=\frac{9}{2}$ （合）。

② 若 $1 \leq x < 4$ ，則 $x-1-x+4=4$ （不合）。

③ 若 $x < 1$ ，則 $-x+1-x+4=4 \Rightarrow x=\frac{1}{2}$ （合）。

因此 x 有兩解，故選(3)。



2

設 A 為 3×2 階矩陣，且 $A \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & -6 \\ -2 & 1 \\ 3 & 5 \end{bmatrix}$ 。若 $A \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix}$ ，試問 $a+b+c$ 之值為何？

- (1)0 (2)2 (3)4 (4)5 (5)8

出處：龍騰版《數學 4B》單元 7 矩陣的應用

類似考題：《【好好學】數學 B 學測總複習講義》單元 13 矩陣與資料表格 P273 範例 13

解題觀念：矩陣的乘法、二階乘法反元素

答案：(4)

解 析：
$$A \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & -6 \\ -2 & 1 \\ 3 & 5 \end{bmatrix} \Rightarrow A = \begin{bmatrix} 4 & -6 \\ -2 & 1 \\ 3 & 5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}^{-1} = \begin{bmatrix} 4 & -6 \\ -2 & 1 \\ 3 & 5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 & -6 \\ -1 & 1 \\ 8 & 5 \end{bmatrix},$$

所以 $A \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 \\ -1 \\ 8 \end{bmatrix} \Rightarrow a+b+c = -2-1+8 = 5$ ，故選(4)。

3

已知實數 a, b 滿足 $\frac{1}{2} < a < 1$ 及 $1 < b < 2$ 。試問下列哪個選項的值最小？

- (1)0 (2) $\log a$ (3) $\log(a^2)$ (4) $\log b$ (5) $\frac{1}{\log b}$

出處：龍騰版《數學 3B》單元 5 對數函數

類似考題：《【好好學】數學 B 學測總複習講義》單元 8 指數與對數 P177 範例 19

解題觀念：對數律、對數不等式（比較大小）

答案：(3)

解 析：
$$\frac{1}{2} < a < 1 \Rightarrow \log \frac{1}{2} < \log a < \log 1 \Rightarrow -0.3010 < \log a < 0,$$

$$1 < b < 2 \Rightarrow \log 1 < \log b < \log 2 \Rightarrow 0 < \log b < 0.3010,$$

因為 $\log a^2 = 2 \log a$ ，得 $-0.6020 < 2 \log a < 0$ ，

因為 $\log a < 0$ ，所以 $2 \log a < \log a$ ，

故選(3)。

4

某商店推出抽獎活動，提供香蕉、鳳梨、蘋果、橘子四種不同款式的水果公仔當獎品。每次抽獎可得 1 個公仔，且每種款式被抽中的機率皆相等。某甲決定抽獎四次，試問他恰抽到三種不同款式公仔的機率為何？

- (1) $\frac{5}{16}$ (2) $\frac{3}{8}$ (3) $\frac{1}{2}$ (4) $\frac{9}{16}$ (5) $\frac{5}{8}$

出處：龍騰版《數學 2》單元 6 古典機率

類似考題：《【好好學】數學 B 學測總複習講義》單元 6 機率 P113 範例 1

解題觀念：古典機率、有相同物的組合

答案：(4)

解析：由題意得知，取到的公仔為二同二異，

$$\text{即所求} = \frac{C_1^4 \times C_2^3 \times \frac{4!}{2!}}{4^4} = \frac{144}{256} = \frac{9}{16},$$

故選(4)。

5

空間中有兩相交直線 L, M ，其夾角為 24° 。將 M 繞著 L 轉一圈，可得一個直圓錐面。今有平面 E 與直線 L 平行，試問平面 E 與此直圓錐面的截痕是下列哪一個選項？

- (1) 雙曲線 (2) 拋物線 (3) 橢圓（長短軸不相等） (4) 圓 (5) 兩相交直線

出處：龍騰版《數學 4B》單元 8 圓錐曲線

類似考題：《【好好學】數學 B 學測總複習講義》

單元 12 空間概念與圓錐截痕 P255 範例 10

解題觀念：圓錐截痕

答案：(1)

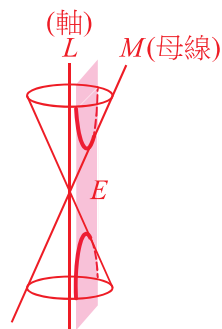
解析：作圖如右，

由題意知 L 為軸， M 為母線，

因為平面 E 平行 L ，

所以所截之截痕為一雙曲線，

故選(1)。



6

設 a, b, c 為實數，且多項式 $f(x) = a(x-1)(x-3) + b(x-1)(x-4) + c(x-3)(x-4)$ 經化簡後，得 $f(x) = x^2$ 。有關 a, b, c 的大小關係，試選出正確的選項。

(1) $a > b > c$ (2) $a > c > b$ (3) $b > c > a$ (4) $c > a > b$ (5) $c > b > a$

出處：龍騰版《數學 1》單元 8 多項式的除法原理

類似考題：《【好好學】數學 B 學測總複習講義》單元 2 多項式函數 P22 範例 1

解題觀念：多項式的概念

答案：(2)

解析： $f(x) = a(x-1)(x-3) + b(x-1)(x-4) + c(x-3)(x-4) = x^2$

$$f(1) = 6c = 1 \Rightarrow c = \frac{1}{6},$$

$$f(3) = -2b = 9 \Rightarrow b = -\frac{9}{2},$$

$$f(4) = 3a = 16 \Rightarrow a = \frac{16}{3},$$

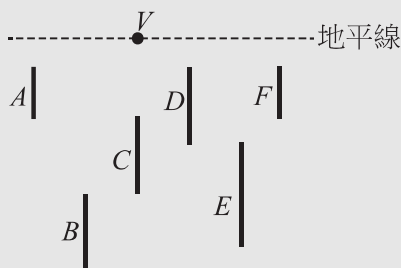
所以 $a > c > b$ ，故選(2)。

7

某人使用單點透視法，以地平線上一點為消失點，將地平面上的六根鉛直柱子 A, B, C, D, E, F 畫在坐標平面上，各柱柱頂與柱底的坐標如下表，並且讓點 $V(4,9)$ 代表消失點，如圖所示。

因圖形中 A, F 兩柱的柱底連線與柱頂連線均平行於地平線，故 A, F 兩柱的實際高度相等。根據上述，試選出實際高度最大的柱子。

柱子	A	B	C	D	E	F
柱頂坐標	(0,8)	(2,3)	(4,6)	(6,8)	(8,5)	(10,8)
柱底坐標	(0,6)	(2,0)	(4,3)	(6,5)	(8,1)	(10,6)



- (1) A (2) B (3) C (4) D (5) E

出處：龍騰版《數學 4B》單元 3 平面上的比例

類似考題：《【好好學】數學 B 學測總複習講義》單元 11 平面向量 P237 類題 3

解題觀念：單點透視法

答案：(4)

解析：將圖形坐標化如右，

把 A, F 兩柱的底部 ($y=6$) 視為同一平面，

且 A, F 高度相同，皆為 2；

將每根柱子的底部移至 $y=6$ ，

再利用相似形解之。

$B \rightarrow B'$ ，

得 B' 高度為 1 (因 $B':B=3:9=1:3$)，

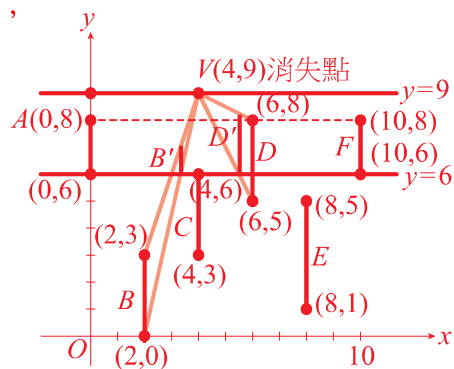
$C \rightarrow C'$ ，

得 C' 高度為 $\frac{3}{2}$ (同理 $C:C'=3:6=1:2$)，

$D \rightarrow D'$ ，得 D' 高度為 $\frac{9}{4}$ (因 $D':D=3:4$)，

$E \rightarrow E'$ ，得 E' 高度為 $\frac{3}{2}$ (因 $E':E=3:8$)，

所以高度最大柱子為 D ，故選(4)。



二、多選題（占 25 分）

說明：第 8 題至第 12 題，每題 5 分。

8 設 Γ 為坐標平面上函數 $y = x^3 - x$ 的圖形。試選出正確的選項。

- (1) Γ 的對稱中心為原點
- (2) Γ 在 $x=0$ 附近會近似於直線 $y = x$
- (3) Γ 經適當平移後可與函數 $y = x^3 + x + 3$ 的圖形重合
- (4) Γ 與函數 $y = x^3 + x$ 的圖形對稱於 x 軸
- (5) Γ 與函數 $y = -x^3 + x$ 的圖形對稱於 y 軸

出處：龍騰版《數學 1》單元 10 三次函數的圖形特徵

類似考題：《【好好學】數學 B 學測總複習講義》單元 2 多項式函數 P36 範例 15
P37 範例 16

解題觀念：三次函數的圖形

答案：(1)(5)

解析：討論 $y = x^3 - x$ 的圖形如下：

(1) ○：對稱中心 $(0,0)$ ($y = (x-0)^3 - (x-0) + 0$)。

(2) ×：在 $x=0$ 附近近似於直線 $y = -x$ 。

(3) ×： $y = x^3 - x$ 與 $y = x^3 + x + 3$ 平移後圖形不會重合。

(4) ×：令 $y = f(x) = x^3 + x \Rightarrow -y = -x^3 - x$ 不與 Γ 重合，

所以 $y = x^3 + x$ 之圖形與 Γ 不對稱於 x 軸。

(5) ○：令 $y = f(x) = -x^3 + x$

$\Rightarrow f(-x) = -(-x)^3 + (-x) = x^3 - x$ 與 Γ 重合，

所以 $y = -x^3 + x$ 之圖形與 Γ 對稱於 y 軸。

故選(1)(5)。

9

坐標平面上設 O 為原點，且 P 點坐標為 $(2,2)$ 。已知向量 $\vec{OP} = \alpha\vec{OA} + \beta\vec{OB}$ ，其中實數 α, β 滿足 $0 \leq \alpha \leq 1, 0 \leq \beta \leq 1$ 。下列選項中，試選出可能的 $A、B$ 點坐標。

- (1) $A(2,-3)、B(-4,3)$ (2) $A(3,2)、B(3,4)$ (3) $A(3,4)、B(4,-1)$
 (4) $A(1,2)、B(2,1)$ (5) $A(1,-1)、B(1,1)$

出處：龍騰版《數學 3B》單元 6 平面向量

類似考題：《【好好學】數學 B 學測總複習講義》單元 11 平面向量 P240 好好練題 1

解題觀念：向量的線性組合

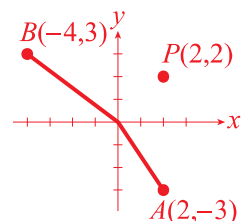
答案：(2)(3)(4)

解析：因為 $\vec{OP} = \alpha\vec{OA} + \beta\vec{OB}$ ， $0 \leq \alpha \leq 1, 0 \leq \beta \leq 1$ ，

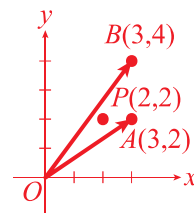
所以 P 點為 $\vec{OA}、\vec{OB}$ 所圍之平行四邊形區域（內部，含邊界）。

(1) \times ：作圖如右，

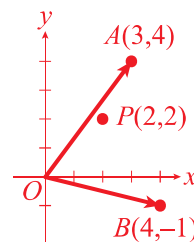
P 不在 $\vec{OA}、\vec{OB}$ 所決定的平行四邊形中。



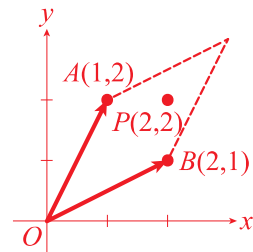
(2) \circ ：作圖如右（合）。



(3) \circ ：作圖如右（合）。



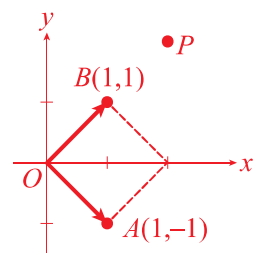
(4) \circ ：作圖如右（合）。



(5) \times ：作圖如右，

P 不在 $\vec{OA}、\vec{OB}$ 所決定的平行四邊形中。

故選(2)(3)(4)。



某羽球選手與甲、乙、丙、丁四位選手各比賽一場。賽後蒐集這四場比賽的數據，統計該選手的對手在比賽中殺球的總次數，以及每次殺球用時的平均及標準差，結果如下表所示。例如對手甲在該場殺球次數為 25 次、每次殺球用時平均 1.2 秒，每次殺球用時標準差 0.5 秒。

對手	該場殺球次數	每次殺球用時平均（秒）	每次殺球用時標準差（秒）
甲	25	1.2	0.5
乙	14	1.5	0.3
丙	20	1.7	0.2
丁	30	1.2	0.4

根據上述，對於甲、乙、丙、丁四位選手的表現，試選出正確的選項。

- (1) 丙在該場中每次殺球用時平均是四位中最多的
- (2) 丁在該場中花在殺球的總用時是四位中最多的
- (3) 甲在該場中每次殺球的用時都與丁相同
- (4) 甲在該場中每次殺球用時的全距，大於丁在該場中每次殺球用時的全距
- (5) 乙在該場中各次殺球的用時不可能都在 1.4 到 1.6 秒之間

出處：龍騰版《數學 2》單元 8 一維數據分析

類似考題：《【好好學】數學 B 學測總複習講義》單元 7 數據分析 P155 好好寫大考 1

解題觀念：一維數據分析

答案：(1)(2)(5)

解析：(1) ○：丙的殺球用時平均最多（為 1.7）。

(2) ○：甲、乙、丙、丁四位的殺球總用時分別為 30、21、34、36，故丁最多。

(3) ×：每次殺球的用時不一定等於每次殺球用時平均。

(4) ×：無法確定全距的大小。

(5) ○：設乙 14 次殺球用時為 7 次 1.4 秒、7 次 1.6 秒，

此時殺球用時皆介於 1.4 ~ 1.6 秒之間，

殺球平均用時為 1.5 秒，

且此假設下的標準差會最大，

$$\text{即 } \sigma = \sqrt{\frac{7 \times (1.4 - 1.5)^2 + 7 \times (1.6 - 1.5)^2}{14}} = 0.1 < 0.3,$$

故不合。

故選(1)(2)(5)。

11

設地球是一個球體。地球表面上五個點 A 、 B 、 C 、 D 、 E 的經緯度如下表，例如 A 點位在經度 0 度，北緯 60 度。

位置	經度 0 度	經度 180 度
北緯 60 度	A	B
北緯 30 度	C	D
緯度 0 度	E	

大圓為通過球心的平面與球面相交所形成的圓，且球面上相異兩點在大圓上所形成較小的弧為最短路徑。根據上述，試選出正確的選項。

- (1) 「北極點到 A 的最短路徑長」等於「北極點到 B 的最短路徑長」
- (2) 「 A 到 B 的最短路徑長」等於「 C 到 D 的最短路徑長」
- (3) A 到 E 的最短路徑必經過 C
- (4) C 到 D 的最短路徑必經過北極點
- (5) 「 E 到北極點的最短路徑長」與「 C 到 D 的最短路徑長」的比為 $2:3$

出處：龍騰版《數學 4B》單元 2 空間坐標系

類似考題：《【好好學】數學 B 學測總複習講義》

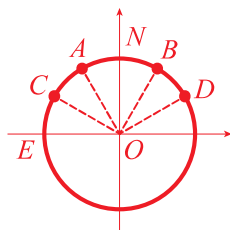
單元 12 空間概念與圓錐截痕 P253 範例 8

解題觀念：球面坐標

答案：(1)(3)(4)

解析：(1) \circ ： $\widehat{NA} = \widehat{NB}$ 。

(2) \times ：平面圖如下，



$$\widehat{AB} \neq \widehat{CD}。$$

(3) \circ ：因為 A 、 C 、 E 都在經度 0° 線上，所以 A 到 E 的最短路徑必經過 C 。

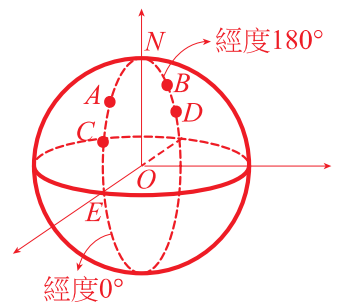
(4) \circ ：承(2)， \widehat{CD} 的最短路徑必經過北極點。

(5) \times ：設地球半徑為 r ，

$$\text{所以 } \widehat{EN} = r \times \frac{\pi}{2} = \frac{1}{2} \pi r, \quad \widehat{CD} = r \times \frac{2\pi}{3} = \frac{2}{3} \pi r,$$

$$\text{故 } \widehat{EN} : \widehat{CD} = \frac{1}{2} : \frac{2}{3} = 3:4。$$

故選(1)(3)(4)。



已知某等差數列的首項是1，末項是81，且9也在此數列中。設此數列的項數為 n ，其中 $n \leq 100$ 。試選出正確的選項。

- (1) n 為奇數
 (2) 41必在此等差數列
 (3) 滿足條件的等差數列，其公差都是整數
 (4) 滿足條件的等差數列共有10個
 (5) 若 n 為7的倍數，則 $n = 21$

出處：龍騰版《數學2》單元1 數列與遞迴關係

類似考題：《【好好學】數學B 學測總複習講義》單元4 數列與級數 P74 範例3

解題觀念：等差數列

答案：(1)(2)

解析：設數列公差 d ，第 m 項 $a_m = 9$ ，第 n 項 $a_n = 81$ ，

$$\text{所以 } 81 = 1 + (n-1) \times d \Rightarrow (n-1) \times d = 80 \cdots \cdots \textcircled{1} ,$$

$$9 = 1 + (m-1) \times d \Rightarrow (m-1) \times d = 8 \cdots \cdots \textcircled{2} ,$$

$$81 = 9 + (n-m) \times d \Rightarrow (n-m) \times d = 72 \cdots \cdots \textcircled{3} ,$$

$$\frac{\textcircled{1}}{\textcircled{2}} \text{ 得 } \frac{n-1}{m-1} = 10 \Rightarrow n-1 = 10m-10 , \text{ 故 } n = 10m-9 .$$

(1) ○： $n = 10m - 9$ 必為奇數。

(2) ○： 因首項為1，末項為81，

$$\text{又項數 } n \text{ 為奇數} \Rightarrow \frac{n+1}{2} \in \mathbb{N} ,$$

$$\text{故等差中項 } a_{\frac{n+1}{2}} = \frac{1+81}{2} = 41 ,$$

即41必在此等差數列。

(3) ×： 承(2)，反例為 $(n, m) = (91, 10)$ ，

$$\text{則 } d = \frac{72}{91-10} = \frac{8}{9} \text{ 不為整數。}$$

(4) ×： 因 $n = 10m - 9 \leq 100$ ， m 為整數且 $m > 1$ ，

$$\text{故 } n = 11, 21, 31, 41, 51, 61, 71, 81, 91 ,$$

共9個。

(5) ×： 承(4)， $n = 21$ 或91。

故選(1)(2)。

三、選填題（占 25 分）

說明：第 13 題至第 17 題，每題 5 分。

- 13** 某景點旁邊有兩個停車場，假設某日任一停車場沒有空位的機率皆為 0.7，且這兩個停車場是否有空位互不影響。若一輛車子在當天來到這兩個停車場外面，則至少有一個停車場內有空位的機率為 0. $\frac{\textcircled{13-1}}{\textcircled{13-2}}$ 。

出處：龍騰版《數學 4B》單元 4 條件機率

類似考題：《【好好學】數學 B 學測總複習講義》單元 6 機率 P120 範例 10

解題觀念：獨立事件、取捨原理

答案：0.51

解析：設停車場分別為 A 、 B 且停車場有空位的機率分別為 $P(A) = 0.3$ ， $P(B) = 0.3$ ，

則 $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$ (A 、 B 為獨立事件)

$$= P(A) + P(B) - P(A) \times P(B)$$

$$= 0.3 + 0.3 - 0.3 \times 0.3 = 0.51。$$

- 14** 坐標平面上，給定三點 $A(0,2)$ 、 $B(-1,0)$ 、 $C(4,0)$ 。若直線 $y = mx$ 將三角形 ABC 分成面積相等的兩部分，則 $m = \frac{\textcircled{14-1}}{\textcircled{14-2}}$ 。（化為最簡分數）

出處：龍騰版《數學 1》單元 5 直線方程式

類似考題：《【好好學】數學 B 學測總複習講義》單元 3 直線與圓 P50 範例 1

解題觀念：直線方程式

答案： $\frac{5}{6}$

解析：作簡圖如右，

$y = mx$ 為通過原點且斜率為 m 的直線，且直線平分 $\triangle ABC$ 面積。

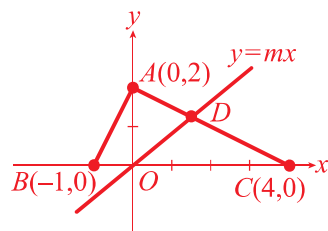
由圖形得知，直線 AC 斜率為 $\frac{2-0}{0-4} = -\frac{1}{2}$ ，故可知方程式 $x + 2y = 4$ ；

又 $y = mx$ 與 $x + 2y = 4$ 的交點坐標為 $D\left(\frac{4}{2m+1}, \frac{4m}{2m+1}\right)$

$$\left(\begin{cases} y = mx \\ x + 2y = 4 \end{cases} \Rightarrow x = \frac{4}{2m+1}, y = \frac{4m}{2m+1} \right),$$

$\triangle OCD$ 面積 = $\frac{1}{2} \triangle ABC$ 面積

$$\Rightarrow \frac{1}{2} \times 4 \times \frac{4m}{2m+1} = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times 5 \times 2 \Rightarrow \frac{8m}{2m+1} = \frac{5}{2} \Rightarrow 16m = 10m + 5 \Rightarrow m = \frac{5}{6}。$$



- 15** 某公司聘請8名新進員工，其中含2名翻譯、3名工程師與3名助理。將此8人分派給研發、測試兩個部門，其中每個部門各分派4人，且各需含1名翻譯與至少1名工程師。依此共有 $\textcircled{15-1}$ $\textcircled{15-2}$ 種分配方法。

出處：龍騰版《數學2》單元5 組合

類似考題：《【好好學】數學B 學測總複習講義》單元5 排列、組合 P102 範例12

解題觀念：排列組合（分組組合）

答案：36

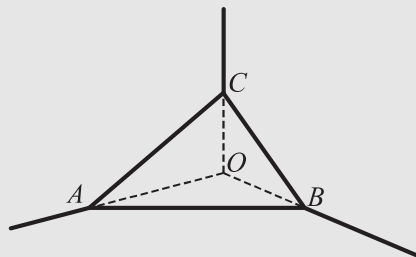
解析：先將2名翻譯分派到研發和測試部門（各1名）：2種；

再將3名工程師分成（2人，1人）兩組分到各部門（可對調）： $C_2^3 \times C_1^1 \times 2! = 6$ 種；

最後再將3名助理分成（2人，1人）兩組分到各部門（不能對調，因為各部門都需要4人）： $C_2^3 \times C_1^1 = 3$ 種。

故 $2 \times 6 \times 3 = 36$ （種）。

- 16** 教室的某牆角是由牆面和地面兩兩互相垂直所構成。設牆角為點 O ，現有一個三角形擋板 ABC ，其中頂點 A 、 B 、 C 位在牆面間或牆面與地面間的交界線上，並與牆角 O 的距離分別為 20、20、10 公分； \overline{AB} 、 \overline{BC} 、 \overline{CA} 三邊與牆面或地面貼合，如圖所示。則 $\tan \angle CAB =$



$$\frac{\sqrt{\textcircled{16-1}}}{\textcircled{16-2}} \text{。 (化為最簡根式)}$$

出處：龍騰版《數學2》單元12 三角比的性質

類似考題：《【好好學】數學B 學測總複習講義》單元9 三角比 P196 範例10

解題觀念：餘弦定理、銳角三角比

答案： $\frac{\sqrt{6}}{2}$

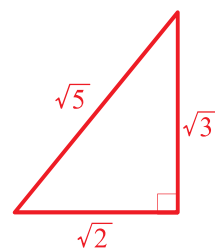
解析：由圖形得知 $\overline{AC} = \sqrt{20^2 + 10^2} = 10\sqrt{5}$ ，

$$\overline{BC} = \sqrt{10^2 + 20^2} = 10\sqrt{5}，$$

$$\overline{AB} = \sqrt{20^2 + 20^2} = 20\sqrt{2}，$$

$$\text{所以 } \cos \angle CAB = \frac{(10\sqrt{5})^2 + (20\sqrt{2})^2 - (10\sqrt{5})^2}{2 \times 10\sqrt{5} \times 20\sqrt{2}} = \frac{(20\sqrt{2})^2}{20\sqrt{5} \times 20\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{5}}，$$

$$\tan \angle CAB = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{6}}{2}。$$



17

某液晶面板由紅、綠、藍三種顏色的 LED 燈泡組成。已知各色燈泡亮燈的循環規律如下：

紅色：「亮 3 秒，再暗 1 秒，再亮 2 秒」

綠色：「亮 6 秒，再暗 2 秒」

藍色：「亮 k 秒，再暗 $(15-k)$ 秒」，其中 k 為正整數。

若在某時刻三種顏色的燈泡同時各自開始作上述循環，面板上都一直有燈亮著，並設各燈泡亮、暗切換的時間極短可被忽略，則 k 的最小值為 $\frac{(17-1)(17-2)}{17}$ 。

出 處：龍騰版《數學 2》單元 3 計數原理

類似考題：《【好好學】數學 B 學測總複習講義》單元 5 排列、組合 P94 類題 1

解題觀念：計數原理

答 案：13

解 析：由題意知， $k \leq 15$ ，

又紅燈和綠燈同時不亮的秒數為 16, 40, 64, 88, 112, ..., $8(3n+2)$ ，

n 為正整數或 0，

考慮藍燈不亮的秒數：

當 $k=1$ 時，不亮的秒數為 2~15, 17~30, 32~45 (不合)；

$k=2$ 時，不亮的秒數為 3~15, 18~30, 33~45 (不合)；

$k=3 \sim 9$ 時，在 40 秒時三種燈都不亮 (不合)；

$k=10$ 時，不亮的秒數為 11~15, 26~30, ..., 71~75, 86~90 (不合)；

$k=11$ 時，不亮的秒數為 12~15, 27~30, ..., 72~75, 87~90 (不合)；

$k=12$ 時，不亮的秒數為 13~15, 28~30, ..., 73~75, 88~90 (不合)；

$k=13$ 時，不亮的秒數為 14~15, 29~30, ..., $15m-1 \sim 15m$ ， m 為正整數，

其中 $8(3n+2)$ 與 $15m-1$ 沒有整數解，

$8(3n+2)$ 與 $15m$ 沒有整數解，

所以當 $k=13$ 時，面板上的燈至少有一個是亮著的 ($k \leq 15$ ， k 取最小值)。

第貳部分、混合題或非選擇題（占 15 分）

說明：本部分共有 1 題組，單選題每題 3 分，非選擇題配分標於題末。限在答題卷標示題號的作答區內作答。

選擇（填）題與「非選擇題作圖部分」使用 2B 鉛筆作答，更正時以橡皮擦擦拭，切勿使用修正帶（液）。非選擇題請由左而右橫式書寫，作答時必須寫出計算過程或理由，否則將酌予扣分。

18-20 題為題組

地球受到太陽照射過來的紫外線強度以 UVI 數值表示，一單位 UVI 的照射強度相當於每平方公尺 100 焦耳的能量。根據上述，試回答下列問題。

18 已知 UVI 數值與所在高度呈指數關係：高度每上升 300 公尺，其 UVI 數值增加上升前的 4%。在地平面上接收到太陽發出每平方公尺 400 焦耳的紫外線，則到了離地平面 4500 公尺高的山上，接收到紫外線的 UVI 數值為下列哪一個選項？（單選題，3 分）

- (1) $4(1+0.04 \times 15)$
- (2) $4(1+0.04^{15})$
- (3) $4(1+0.04)^{15}$
- (4) $4 \times 100(1+0.04)^{15}$
- (5) $4 \times 100(1+0.04^{45})$

出處：龍騰版《數學 3B》單元 3 指數函數

類似考題：《【好好學】數學 B 學測總複習講義》單元 8 指數與對數 P165 範例 7

解題觀念：指數函數

答案：(3)

解析：1 單位 UVI=100 焦耳/平方公尺，

$$\text{由題意知所求} = 4 \times (1+0.04)^{\frac{4500}{300}} = 4 \times (1+0.04)^{15}。$$

故選(3)。

19

已知某日某地的日照時數（日出到日落）恰為 12 小時，且該地當天日出後 x 小時（ $0 \leq x \leq 12$ ）的 UVI 數值，可用函數 $f(x) = a \sin(bx)$ 來表示，其中 $a, b > 0$ 。假設日照時 UVI 數值為正，非日照時 UVI 數值為 0（即 $f(0) = f(12) = 0$ ），且當天日出後 2 小時的 UVI 數值為 4。試求 a 、 b 之值。（非選擇題，6 分）

出處：龍騰版《數學 3B》單元 2 週期性數學模型

類似考題：《【好好學】數學 B 學測總複習講義》單元 10 三角函數 P217 數養好好讀

解題觀念：正弦函數的圖形

答案： $a = 8$ ， $b = \frac{\pi}{12}$

解析：由題意知，函數的週期為 24 小時，

$$\text{所以 } \frac{2\pi}{b} = 24 \Rightarrow b = \frac{\pi}{12},$$

$$\text{即 } f(x) = a \sin\left(\frac{\pi}{12}x\right),$$

$$\text{又 } f(2) = a \sin\frac{\pi}{6} = 4 \Rightarrow a \times \frac{1}{2} = 4, \text{ 故 } a = 8.$$

20

承 19 題，今某人要在該日 UVI 數值介於 $4\sqrt{2}$ 和 $4\sqrt{3}$ 之間（含）時做日光浴。將他可以做日光浴的時間設為日出後 t 小時，試求 t 的最大可能範圍。（非選擇題，6 分）

出處：龍騰版《數學 3B》單元 2 週期性數學模型

類似考題：《【好好學】數學 B 學測總複習講義》單元 10 三角函數 P217 數養好好讀

解題觀念：正弦函數的圖形

答案： $3 \leq t \leq 4$ 或 $8 \leq t \leq 9$

解析：承第 19 題，

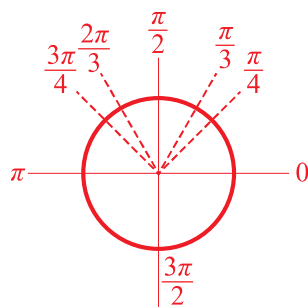
$$f(x) = 8 \times \sin\left(\frac{\pi}{12}x\right), \text{ 且 } 4\sqrt{2} \leq 8 \sin\left(\frac{\pi}{12}x\right) \leq 4\sqrt{3},$$

$$\text{所以 } \frac{\sqrt{2}}{2} \leq \sin\left(\frac{\pi}{12}x\right) \leq \frac{\sqrt{3}}{2}, \quad 0 \leq x \leq 12,$$

$$\frac{\pi}{4} \leq \frac{\pi}{12}x \leq \frac{\pi}{3} \Rightarrow 3 \leq x \leq 4,$$

$$\text{或 } \frac{2\pi}{3} \leq \frac{\pi}{12}x \leq \frac{3\pi}{4} \Rightarrow 8 \leq x \leq 9,$$

$$\text{即 } 3 \leq t \leq 4 \text{ 或 } 8 \leq t \leq 9.$$



參考公式及可能用到的數值

1. 首項為 a ，公差為 d 的等差數列前 n 項之和為 $S = \frac{n(2a + (n-1)d)}{2}$

首項為 a ，公比為 $r (r \neq 1)$ 的等比數列前 n 項之和為 $S = \frac{a(1-r^n)}{1-r}$

2. $\triangle ABC$ 的正弦定理： $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R$ (R 為 $\triangle ABC$ 外接圓半徑)

$\triangle ABC$ 的餘弦定理： $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C$

3. 一維數據 $X: x_1, x_2, \dots, x_n$

算術平均數 $\mu_X = \frac{1}{n}(x_1 + x_2 + \dots + x_n)$

標準差 $\sigma_X = \sqrt{\frac{1}{n}[(x_1 - \mu_X)^2 + (x_2 - \mu_X)^2 + \dots + (x_n - \mu_X)^2]} = \sqrt{\frac{1}{n}[(x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_n^2) - n\mu_X^2]}$

4. 二維數據 $(X, Y): (x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_n, y_n)$

相關係數 $r_{X,Y} = \frac{(x_1 - \mu_X)(y_1 - \mu_Y) + (x_2 - \mu_X)(y_2 - \mu_Y) + \dots + (x_n - \mu_X)(y_n - \mu_Y)}{n\sigma_X\sigma_Y}$

迴歸直線（最適合直線）方程式 $y - \mu_Y = r_{X,Y} \frac{\sigma_Y}{\sigma_X} (x - \mu_X)$

5. 參考數值： $\sqrt{2} \approx 1.414$ ， $\sqrt{3} \approx 1.732$ ， $\sqrt{5} \approx 2.236$ ， $\sqrt{6} \approx 2.449$ ， $\pi \approx 3.142$

6. 對數值： $\log 2 \approx 0.3010$ ， $\log 3 \approx 0.4771$ ， $\log 5 \approx 0.6990$ ， $\log 7 \approx 0.8451$