



試題大剖析

(此份試卷解題係依據大學考試中心於 113 年 1 月 21 日所公告之答案為主)

第壹部分、選擇（填）題（占 85 分）

一、單選題（占 30 分）

說明：第 1 題至第 6 題，每題 5 分。

1 研究顯示：服用某藥物後，在使用者體內的藥物殘留量隨時間呈指數型衰退。已知在服用某藥物 2 小時後，體內仍殘留有該藥物的一半劑量，試問下列哪一選項正確？

- (1)服用 3 小時後，體內仍殘留有該藥物的 $\frac{1}{3}$ 劑量
- (2)服用 4 小時後，體內仍殘留有該藥物的 $\frac{1}{4}$ 劑量
- (3)服用 6 小時後，體內仍殘留有該藥物的 $\frac{1}{6}$ 劑量
- (4)服用 8 小時後，體內仍殘留有該藥物的 $\frac{1}{8}$ 劑量
- (5)服用 10 小時後，體內仍殘留有該藥物的 $\frac{1}{10}$ 劑量。

出處：龍騰版《數學 3A》單元 5 指數函數

類似考題：《【新關鍵】數學 1-2 冊學測總複習講義》單元 1 實數與指對數 P18 動手做 1

《【好好學】數學 A 學測總複習講義》單元 8 指數與對數 P141 範例 5

解題觀念：指數函數

答案：(2)

解 析：由題意知，設 $f(x) = M \times \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{x}{2}}$ ，

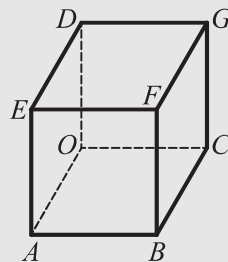
其中 $f(x)$ 為經過 x 小時的殘留量， M 是原來的劑量

所以 $f(4) = M \times \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{4}{2}} = \frac{1}{4}M$ ，故選(2)。

2

如圖， $OABC-DEFG$ 為一正方體，試問向量外積 $\vec{AD} \times \vec{AG}$ 與下列哪一個向量平行？

- (1) $\vec{AE}$ (2) $\vec{BE}$ (3) $\vec{CE}$
 (4) $\vec{DE}$ (5) $\vec{OE}$ 。



出 處：龍騰版《數學 4A》單元 3 空間向量的運算

類似考題：《【新關鍵】數學 3A-4A 冊學測總複習講義》

單元 11 空間向量 P99 動手做 1、P102 例題 11

《【好好學】數學 A 學測總複習講義》單元 12 空間向量 P233 範例 9

解題觀念：向量的外積（坐標化）

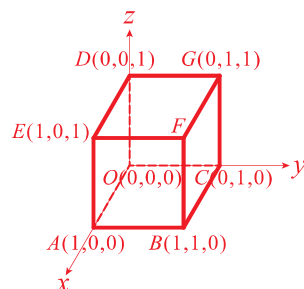
答 案：(5)

解 析：將圖形坐標化

$$\vec{AD} = (-1, 0, 1), \quad \vec{AG} = (-1, 1, 1),$$

$$\Rightarrow \vec{AD} \times \vec{AG} = \begin{vmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & 1 \end{vmatrix} = (-1, 0, -1),$$

又 $\vec{OE} = (1, 0, 1)$ ，所以 $\vec{AD} \times \vec{AG} \parallel \vec{OE}$ ，故選(5)。



3

設 $a \in \{-6, -4, -2, 2, 4, 6\}$ ，已知 a 為實係數三次多項式 $f(x)$ 的最高次項係數，若函數 $y = f(x)$ 的圖形與 x 軸交於三點，且其 x 坐標成首項為 -7 、公差為 a 的等差數列。試問共有幾個 a 使得 $f(0) > 0$ ？

- (1) 1 個 (2) 2 個 (3) 3 個 (4) 4 個 (5) 5 個。

出 處：龍騰版《數學 1》單元 10 三次函數的圖形特徵

類似考題：《【新關鍵】數學 1-2 冊學測總複習講義》單元 2 多項式函數 P43 例題 14

《【好好學】數學 A 學測總複習講義》單元 2 多項式 P32 範例 12

解題觀念：三次函數的圖形

答案：(1)

解析：(I) 若 $a < 0$ ，則 $y = f(x)$ 的示意圖如右，

例如： $a = -6$ ，得三交點為 $(-7, 0), (-13, 0), (-19, 0)$ ，
則 $f(0) < 0$ 。

同理 $a = -4$ ， $a = -2$ 均使 $f(0) < 0$ 。

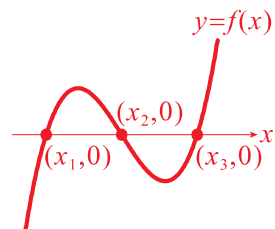
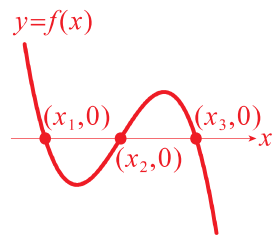
(II) 若 $a > 0$ ，則 $y = f(x)$ 的示意圖如右，

若 $a = 2$ ，得三交點為 $(-7, 0), (-5, 0), (-3, 0)$ ，
則 $f(0) > 0$ 。

若 $a = 4$ ，得三交點為 $(-7, 0), (-3, 0), (1, 0)$ ，
則 $f(0) < 0$ 。

若 $a = 6$ ，得三交點為 $(-7, 0), (-1, 0), (5, 0)$ ，則 $f(0) < 0$ 。

所以滿足條件的 a 值只有一個 ($a = 2$)，故選(1)。



4

試問有多少個實數 x 滿足 $\sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right) = \sin x + \sin \frac{\pi}{6}$ 且 $0 \leq x < 2\pi$ ？

(1) 1 個

(2) 2 個

(3) 3 個

(4) 4 個

(5) 5 個 (含) 以上。

出處：龍騰版《數學 3A》單元 2 三角函數的圖形

類似考題：《【新關鍵】數學 3A-4A 冊學測總複習講義》單元 8 三角函數 P9 例題 5

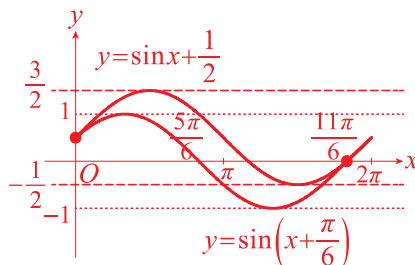
《【好好學】數學 A 學測總複習講義》單元 10 三角函數 P183 範例 3

解題觀念：三角函數圖形的平移 (方程式的實根個數即為函數圖形的交點個數)

答案：(2)

解析：考慮函數 $y = \sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right)$ 與 $y = \sin x + \frac{1}{2}$ 的圖形交點個數，

作圖如下，



由圖知，圖形有兩個交點，故選(2)。

5

將 1 到 50 這 50 個正整數平分成甲乙兩組，每組各 25 個數，使得甲組的中位數比乙組的中位數小 1。試問共有幾種分法？

(1) C_{25}^{50}

(2) C_{24}^{48}

(3) C_{12}^{24}

(4) $(C_{12}^{24})^2$

(5) $C_{24}^{48} \times C_{12}^{24}$ 。

出處：龍騰版《數學 2》單元 5 組合

類似考題：《【新關鍵】數學 1-2 冊學測總複習講義》

單元 5 排列組合與機率 P118 例題 12

《【好好學】數學 A 學測總複習講義》單元 5 排列組合 P86 範例 9 類題 2

解題觀念：分組組合

答案：(4)

解析：先將可能使中位數小於 1 的兩數取出（分別為甲，乙兩組），

(25) (26)

比 25 小的 12 個數 比 26 大的 12 個數
甲：□, □, ... □, □, 25, □, □, ... □, □
乙：□, □, ... □, □, 26, □, □, ... □, □

所以 $C_{12}^{24} \times C_{12}^{24}$ ，故選(4)。

6

在同一平面上，相距 7 公里的 A, B 兩砲台，A 在 B 的正東方。某次演習時，A 向西偏北 θ 方向發射砲彈，B 則向東偏北 θ 方向發射砲彈，其中 θ 為銳角，觀測回報兩砲彈皆命中 9 公里外的同一目標 P。接著 A 改向西偏北 $\frac{\theta}{2}$ 方向發射砲彈，彈著點為 9 公里外的點 Q。試問砲台 B 與彈著點 Q 的距離 $\overline{BQ}$ 為何？

(1) 4 公里

(2) 4.5 公里

(3) 5 公里

(4) 5.5 公里

(5) 6 公里。

出處：龍騰版《數學 2》單元 12 三角比的性質、《數學 3A》單元 3 三角的和差角公式

類似考題：《【新關鍵】數學 3A-4A 冊學測總複習講義》單元 8 三角函數 P17 動手做 2

《【好好學】數學 A 學測總複習講義》單元 10 三角函數 P187 範例 6

解題觀念：三角測量、餘弦定理、半角公式

答案：(3)

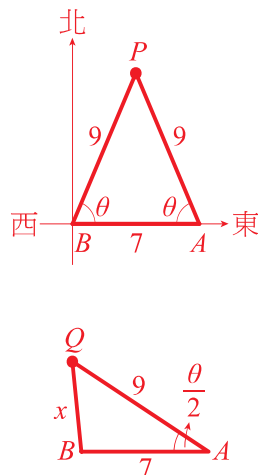
解析：作簡圖如右，

$$\cos \theta = \frac{9^2 + 7^2 - 9^2}{2 \times 9 \times 7} = \frac{7}{18},$$

$$\text{所以 } \cos \frac{\theta}{2} = \sqrt{\frac{1 + \cos \theta}{2}} = \sqrt{\frac{25}{36}} = \frac{5}{6},$$

$$\Rightarrow \frac{9^2 + 7^2 - x^2}{2 \times 9 \times 7} = \frac{5}{6} \Rightarrow 81 + 49 - x^2 = 105,$$

得 $x^2 = 25 \Rightarrow x = 5$ ，故選(3)。



二、多選題（占 30 分）

說明：第 7 題至第 12 題，每題 5 分。

7

令坐標平面上滿足 $y = \log x$ 的點 (x, y) 所成圖形為 Γ ，試問滿足下列哪些關係式的 (x, y) 所成圖形與 Γ 完全相同？

(1) $y + \frac{1}{2} = \log(5x)$

(2) $2y = \log(x^2)$

(3) $3y = \log(x^3)$

(4) $x = 10^y$

(5) $x^3 = 10^{(y^3)}$ 。

出處：龍騰版《數學 3A》單元 6 對數與對數律、單元 7 對數函數

類似考題：《【新關鍵】數學 3A-4A 冊學測總複習講義》

單元 9 指數與對數函數 P47 範例 17

《【好好學】數學 A 學測總複習講義》單元 8 指數與對數 P151 範例 12

解題觀念：對數函數、對數律

答案：(3)(4)

解析：(1) $\times$ ： $y + \frac{1}{2} \neq \log(5x) = \log x + \log 5$ 。

(2) $\times$ ： $2y \neq \log x^2 = 2\log|x|$ 。

(3) $\circ$ ：因為 $\log x^3$ 有意義，所以 $x > 0$ ，

$$\text{即 } \log x^3 = 3\log x \Rightarrow 3y = 3\log x, y = \log x。$$

(4) $\circ$ ：因為 $y = \log x \Rightarrow 10^y = x$ 。

(5) $\times$ ： $x^3 = 10^{(y^3)} \Rightarrow \log x^3 = \log 10^{(y^3)} = y^3$ （與 $y = \log x$ 不符）。

故選(3)(4)。

對任一正整數 $n \geq 2$ ，令 T_n 表示邊長為 $n, n+1, n+2$ 的三角形。試選出正確的選項。

(註：若三角形的三邊長分別為 a, b, c ，令 $s = \frac{a+b+c}{2}$ ，則三角形面積

$$\text{為 } \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)})$$

- (1) T_n 皆為銳角三角形
- (2) $T_2, T_3, T_4, \dots, T_{10}$ 的周長形成等差數列
- (3) T_n 的面積隨 n 增大而增大
- (4) T_5 的三高依序形成等差數列
- (5) T_3 的最大角大於 T_2 的最大角。

出處：龍騰版《數學 2》單元 1 數列與遞迴關係、單元 12 三角比的性質

類似考題：《【新關鍵】數學 1-2 冊學測總複習講義》單元 7 三角比 P180 範例 14

《【好好學】數學 A 學測總複習講義》單元 9 三角比 P171 範例 8 類題 2

解題觀念：等差數列、海龍公式、餘弦定理

答案：(2)(3)

解析：(1) $\times$ ：當 $n=3$ 時，三角形為直角三角形（邊長 3, 4, 5）。

(2) $\circ$ ：周長為 $3n+3$ ， $n \geq 2$ 為等差數列。

(3) $\circ$ ：當 n 值愈大，邊長愈大，所以面積愈大。

(4) $\times$ ： T_5 的邊長為 5, 6, 7， $s = \frac{5+6+7}{2} = 9$ ，

$$\text{所以面積} = \sqrt{9 \times 4 \times 3 \times 2} = 6\sqrt{6}，$$

故三邊的高為 $\frac{12\sqrt{6}}{5}, \frac{12\sqrt{6}}{6}, \frac{12\sqrt{6}}{7}$ 不是等差數列。

(5) $\times$ ： T_3 的三邊長 3, 4, 5 $\Rightarrow$ 最大角 90° （直角三角形），

$$T_2 \text{ 的三邊長 } 2, 3, 4 \Rightarrow \cos \theta = \frac{2^2 + 3^2 - 4^2}{2 \times 2 \times 3} = -\frac{1}{4}，$$

所以 $\theta > 90^\circ$ ，

得 T_3 的最大角小於 T_2 的最大角，

故選(2)(3)。

某實驗室蒐集了大量的 A 、 B 兩相似物種，記錄其身長為 x （單位：公分）與體重 y （單位：公克），得 A 、 B 兩物種的平均身長分別為 $\overline{x_A} = 5.2$ 、 $\overline{x_B} = 6$ ，標準差分別為 0.3 、 0.1 。令 A 、 B 兩物種的平均體重分別為 $\overline{y_A}$ 、 $\overline{y_B}$ 。若 A 、 B 兩物種其體重 y 對身長 x 的迴歸直線分別為 $L_A: y = 2x - 0.6$ 、 $L_B: y = 1.5x + 0.4$ ，相關係數分別為 0.6 、 0.3 。今發現一隻身長 5.6 公分、體重 8.6 公克的個體 P ，試選出正確的選項。

- (1) $\overline{y_A} < \overline{y_B}$
- (2) A 物種的體重標準差小於 B 物種的體重標準差
- (3) 就 A 物種而言，個體 P 的體重與平均體重 $\overline{y_A}$ 之差的絕對值大於一個標準差
- (4) 點 $(5.6, 8.6)$ 到直線 L_A 的距離小於其到直線 L_B 的距離
- (5) 點 $(5.6, 8.6)$ 與點 $(\overline{x_A}, \overline{y_A})$ 的距離小於其與點 $(\overline{x_B}, \overline{y_B})$ 的距離。

出處：龍騰版《數學 2》單元 8 一維數據分析、單元 9 二維數據分析

類似考題：《【新關鍵】數學 1-2 冊學測總複習講義》單元 6 數據分析 P154 範例 15

《【好好學】數學 A 學測總複習講義》單元 7 數據分析 P127 範例 6 類題 2

解題觀念：迴歸直線方程式、標準差、點到直線的距離公式

答案：(3)

解析：(1) $\times$ ： $\overline{y_A} = 2 \times 5.2 - 0.6 = 9.8$ ，
 $\overline{y_B} = 1.5 \times 6 + 0.4 = 9.4$ ，
 所以 $\overline{y_A} > \overline{y_B}$ 。

(2) $\times$ ： A 物種體重的標準差 $= 2 \times \frac{\sigma_X}{r_{XY}} = 2 \times \frac{0.3}{0.6} = 1$ ，
 B 物種體重的標準差 $= 1.5 \times \frac{\sigma'_X}{r'_{XY}} = 1.5 \times \frac{0.1}{0.3} = 0.5$ 。

(3) $\circ$ ： $\overline{y_A} = 2 \times 5.2 - 0.6 = 9.8$ ，
 $\Rightarrow |8.6 - 9.8| = 1.2 > 1$ 。

(4) $\times$ ： $L_A: 2x - y - 0.6 = 0$ ， $L_B: 3x - 2y + 0.8 = 0$ ，
 $d(P, L_A) = \frac{|2 \times 5.6 - 8.6 - 0.6|}{\sqrt{5}} = \frac{2}{\sqrt{5}}$ ，
 $d(P, L_B) = \frac{|3 \times 5.6 - 2 \times 8.6 + 0.8|}{\sqrt{13}} = \frac{0.4}{\sqrt{13}}$ ，
 所以 $d(P, L_A) > d(P, L_B)$ 。

(5) $\times$ ：令 A 點： $(\overline{x_A}, \overline{y_A}) = (5.2, 9.8)$ ， B 點： $(\overline{x_B}, \overline{y_B}) = (6, 9.4)$ ，

所以 $\overline{PA} = \sqrt{(-0.4)^2 + (1.2)^2} = \sqrt{1.6}$ ， $\overline{PB} = \sqrt{(0.4)^2 + (0.8)^2} = \sqrt{0.8}$ ，
 得 $\overline{PA} > \overline{PB}$ 。

故選(3)。

10

坐標平面上有一正方形與一正六邊形，正方形在正六邊形的右邊。已知兩正多邊形都有一邊在 x 軸上，且正方形中心 A 與正六邊形中心 B 都在 x 軸的上方，且兩多邊形恰有一個交點 P ，又知正方形的邊長為 6，而點 P 到 x 軸的距離為 $2\sqrt{3}$ 。試選出正確的選項。

(1) 點 A 到 x 軸的距離大於點 B 到 x 軸的距離

(2) 正六邊形的邊長為 6

(3) $\overrightarrow{BA} = (7, 3 - 2\sqrt{3})$

(4) $\overline{AP} > \sqrt{10}$

(5) 直線 AP 斜率大於 $-\frac{1}{\sqrt{3}}$ 。

出處：龍騰版《數學 3A》單元 8 平面向量

類似考題：《【新關鍵】數學 3A-4A 冊學測總複習講義》單元 10 平面向量 P60 範例 1

《【好好學】數學 A 學測總複習講義》單元 11 平面向量 P199 範例 1 類題 2

解題觀念：向量坐標表示法、直線的斜率（坐標化）

答案：(3)(5)

解析：作簡圖如右，令正六邊形左下頂點 $O(0,0)$ 。

(1) $\times$ ：點 A 到 x 軸的距離 3，點 B 到 x 軸的距離 $2\sqrt{3}$ 。

(2) $\times$ ：正六邊形的邊長 4。

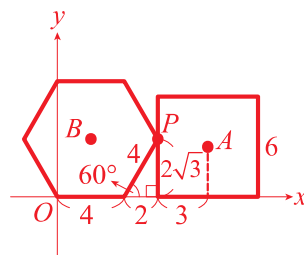
(3) $\bigcirc$ ：將圖形坐標化， $B(2, 2\sqrt{3})$ ， $A(9, 3)$ ，

所以 $\overrightarrow{BA} = (7, 3 - 2\sqrt{3})$ 。

(4) $\times$ ： $P(6, 2\sqrt{3})$ ，所以 $\overline{AP} = \sqrt{3^2 + (3 - 2\sqrt{3})^2} < \sqrt{10}$ 。

(5) $\bigcirc$ ：直線 AP 斜率 $= \frac{3 - 2\sqrt{3}}{3} = \frac{\sqrt{3}(\sqrt{3} - 2)}{3} = \frac{\sqrt{3} - 2}{\sqrt{3}} > -\frac{1}{\sqrt{3}}$ （因為 $\sqrt{3} - 2 > -1$ ）。

故選(3)(5)。



考慮二元一次方程組 $\begin{cases} ax+6y=6 \\ x+by=1 \end{cases}$ ，其係數 a, b 之值分別由投擲一顆公正骰子與一枚均勻硬幣來決定。令 a 值為骰子出現之點數；若硬幣出現正面時 b 值為 1，若硬幣出現反面時 b 值為 2。試選出正確的選項。

(1) 擲出 $a=b$ 的機率為 $\frac{1}{3}$

(2) 此方程組無解的機率為 $\frac{1}{12}$

(3) 此方程組有唯一解的機率為 $\frac{5}{6}$

(4) 硬幣出現反面且此方程組有解的機率為 $\frac{1}{2}$

(5) 在硬幣出現反面且此方程組有解的條件下， x 值為正的機率為 $\frac{2}{5}$ 。

出處：龍騰版《數學 2》單元 6 古典機率、《數學 3A》單元 10 二元一次聯立方程式、
《數學 4A》單元 7 條件機率與貝氏定理

類似考題：《【新關鍵】數學 3A-4A 冊學測總複習講義》單元 10 平面向量 P81 範例 22、
單元 13 條件機率與貝氏定理 P142 動手做 2

《【好好學】數學 A 學測總複習講義》單元 6 機率與期望值 P103 範例 6 類題 2
單元 11 平面向量 P214 範例 12

解題觀念：二元一次聯立方程組的解、古典機率、條件機率

答案：(2)(3)

解析：(1) $\times$ ： $a=b=1$ ， $P_1 = \frac{1}{6} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{12}$ ，

$$a=b=2，P_2 = \frac{1}{6} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{12}，$$

$$\text{所以 } P_1 + P_2 = \frac{1}{6}，$$

即擲出 $a=b$ 的機率為 $\frac{1}{6}$ 。

(2) $\circ$ ：方程組無解，則 $\frac{a}{1} = \frac{6}{b} \neq \frac{6}{1}$ ，

$$\text{即 } b=2，a=3，$$

$$\text{故所求機率} = \frac{1}{6} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{12}。$$

(3) $\circ$ ：方程組有唯一解（恰有一解），即 $\frac{a}{1} \neq \frac{6}{b}$ ，

$$\text{當 } b=1 \text{ 時，} a=1, 2, 3, 4, 5 \Rightarrow \frac{5}{6} \times \frac{1}{2} = \frac{5}{12}，$$

$$\text{當 } b=2 \text{ 時，} a=1, 2, 4, 5, 6 \Rightarrow \frac{5}{6} \times \frac{1}{2} = \frac{5}{12}，$$

$$\text{故所求機率} = \frac{5}{12} + \frac{5}{12} = \frac{5}{6}。$$

(4) $\times$: 當 $b=2$ 且方程組有解 (恰有一解或無限多解),

若恰有一解, 承(3), $P = \frac{5}{12}$,

若無限多解, $\frac{a}{1} = \frac{6}{2} = \frac{6}{1}$ (不合),

故所求機率 $= \frac{5}{12}$ 。

(5) $\times$: 承(3)(4),

$$\text{當 } (a,b) = (1,2) \Rightarrow \begin{cases} x+6y=6 \\ x+2y=1 \end{cases}, \text{ 其解 } x = \frac{\begin{vmatrix} 6 & 6 \\ 1 & 2 \\ 1 & 6 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 2 \end{vmatrix}} < 0,$$

$$\text{當 } (a,b) = (2,2) \Rightarrow \begin{cases} 2x+6y=6 \\ x+2y=1 \end{cases}, \text{ 其解 } x = \frac{\begin{vmatrix} 6 & 6 \\ 1 & 2 \\ 2 & 6 \\ 1 & 2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 6 \end{vmatrix}} < 0,$$

$$\text{當 } (a,b) = (4,2) \Rightarrow \begin{cases} 4x+6y=6 \\ x+2y=1 \end{cases}, \text{ 其解 } x = \frac{\begin{vmatrix} 6 & 6 \\ 1 & 2 \\ 4 & 6 \\ 1 & 2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 4 & 6 \end{vmatrix}} > 0,$$

$$\text{當 } (a,b) = (5,2) \Rightarrow \begin{cases} 5x+6y=6 \\ x+2y=1 \end{cases}, \text{ 其解 } x = \frac{\begin{vmatrix} 6 & 6 \\ 1 & 2 \\ 5 & 6 \\ 1 & 2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 5 & 6 \end{vmatrix}} > 0,$$

$$\text{當 } (a,b) = (6,2) \Rightarrow \begin{cases} 6x+6y=6 \\ x+2y=1 \end{cases}, \text{ 其解 } x = \frac{\begin{vmatrix} 6 & 6 \\ 1 & 2 \\ 6 & 6 \\ 1 & 2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 6 & 6 \end{vmatrix}} > 0,$$

$$\text{故所求機率} = \frac{\frac{3}{6} \times \frac{1}{2}}{\frac{5}{12}} = \frac{3}{5}。$$

故選(2)(3)。

在坐標平面上給定三點 $A(1,0)$ 、 $B(0,1)$ 、 $C(-1,0)$ ，令 Γ 為 $\triangle ABC$ 經矩陣 $T = \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ a & 1 \end{bmatrix}$ 變換

後的圖形，其中 a 為實數。試選出正確的選項。

- (1) 若 $a = 0$ ，則 Γ 為等腰直角三角形
- (2) $\triangle ABC$ 的邊上至少有兩點經 T 變換後坐標不變
- (3) Γ 必有部分落在第四象限
- (4) 平面上找得到一個圖形 Ω 經 T 變換後為 $\triangle ABC$
- (5) Γ 的面積為定值。

出處：龍騰版《數學 4A》單元 10 矩陣的應用

類似考題：《【新關鍵】數學 3A-4A 冊學測總複習講義》

單元 14 矩陣 P169 範例 14、P173 範例 19

《【好好學】數學 A 學測總複習講義》單元 14 矩陣 P279 範例 9

解題觀念：平面上的線性變換

答案：(2)(4)(5)

解析：(1) $\times$ ： $A(1,0)$ ， $\begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \\ 0 \end{bmatrix}$ ，所以 $A'(3,0)$ ，

$B(0,1)$ ， $\begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$ ，所以 $B'(0,1)$ ，

$C(-1,0)$ ， $\begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -3 \\ 0 \end{bmatrix}$ ，所以 $C'(-3,0)$ ，

故 $\triangle A'B'C'$ 為等腰三角形。

(2) $\circ$ ：不論 a 值為何， B 點經 $\begin{bmatrix} 3 & 0 \\ a & 1 \end{bmatrix}$ 變換後坐標不變，

又 O 點 $(0,0)$ 經 $\begin{bmatrix} 3 & 0 \\ a & 1 \end{bmatrix}$ 變換後坐標不變（因為原點在 $\triangle ABC$ 邊上）。

(3) $\times$ ：反例，當 $a = 0$ 時，承(1)， $\triangle A'B'C'$ 不在第四象限。

(4) $\circ$ ：因為 $\begin{vmatrix} 3 & 0 \\ a & 1 \end{vmatrix} = 3 \neq 0$ ，所以 T^{-1} 存在，

得 $\triangle ABC \xrightarrow{T^{-1}} \Omega$ （ $\triangle ABC$ 經由 T^{-1} 變換成 Ω ）

$\xleftarrow{T}$ （ Ω 經由 T 變換成 $\triangle ABC$ ）。

(5) $\circ$ ：因為 $\begin{vmatrix} 3 & 0 \\ a & 1 \end{vmatrix} = 3$ ，

所以 Γ 的面積 $= 3 \times \triangle ABC$ 面積為一定值。

故選(2)(4)(5)。

三、選填題（占 25 分）

說明：第 13 題至第 17 題，每題 5 分。

- 13** 某銷售站銷售甲、乙、丙三型手機，甲手機每支利潤 100 元，乙手機每支利潤 400 元，丙手機每支利潤 240 元。上年度甲、乙、丙手機各賣出 A, B, C 支，平均每支利潤為 260 元；且知銷售甲、乙兩型手機共 $A+B$ 支的平均每支利潤為 280 元。則該站上年度售出的三型手機數量比為 $A : B : C = \underline{\textcircled{13-1}} : \underline{\textcircled{13-2}} : \underline{\textcircled{13-3}}$ 。（化為最簡整數比）

出處：龍騰版《數學 4A》單元 8 三元一次聯立方程式

類似考題：《【新關鍵】數學 3A-4A 冊學測總複習講義》單元 14 矩陣 P156 範例 1

《【好好學】數學 A 學測總複習講義》單元 14 矩陣 P263 範例 1 類題 1

解題觀念：三元一次聯立方程式

答案：2 : 3 : 5

解析：設甲、乙、丙三型手機各銷售 A 、 B 、 C （支），

$$\text{則 } \frac{100A + 400B + 240C}{A + B + C} = 260 \cdots \cdots \textcircled{1}, \quad \frac{100A + 400B}{A + B} = 280 \cdots \cdots \textcircled{2},$$

$$\text{由 } \textcircled{2} \text{ 得 } 100A + 400B = 280A + 280B \Rightarrow 180A = 120B \Rightarrow 3A = 2B,$$

$$\text{令 } A = 2t, B = 3t \text{ 代入 } \textcircled{1},$$

$$\Rightarrow 200t + 1200t + 240C = 520t + 780t + 260C \Rightarrow 20C = 100t, \text{ 所以 } C = 5t,$$

$$\text{故 } A : B : C = 2 : 3 : 5.$$

- 14** 已知 $f(x)$ 、 $g(x)$ 、 $h(x)$ 皆為實係數三次多項式，且除以 $x^2 - 2x + 3$ 的餘式分別為 $x+1$ 、 $x-3$ 、 -2 。若 $xf(x) + ag(x) + bh(x)$ 可以被 $x^2 - 2x + 3$ 整除，其中 a, b 為實數，則 $a = \underline{\textcircled{14-1}} \underline{\textcircled{14-2}}$ ， $b = \underline{\textcircled{14-3}}$ 。

出處：龍騰版《數學 1》單元 8 多項式的除法原理

類似考題：《【新關鍵】數學 1-2 冊學測總複習講義》單元 2 多項式函數 P30 範例 1

《【好好學】數學 A 學測總複習講義》單元 2 多項式 P16 範例 1 類題 2

解題觀念：除法原理

答案： $a = -3$ ， $b = 3$

解析：設 $f(x) = (x^2 - 2x + 3) \times Q_1(x) + x + 1$ ，

$$g(x) = (x^2 - 2x + 3) \times Q_2(x) + x - 3,$$

$$h(x) = (x^2 - 2x + 3) \times Q_3(x) - 2,$$

$$\Rightarrow x \times f(x) + a \times g(x) + b \times h(x)$$

$$= (x^2 - 2x + 3) \times [x \times Q_1(x) + a \times Q_2(x) + b \times Q_3(x)] + x^2 + x + ax - 3a - 2b,$$

可被 $x^2 - 2x + 3$ 整除，所以 $x^2 + (a+1)x - 3a - 2b$ 可被 $x^2 - 2x + 3$ 整除，

故 $a = -3$ ， $b = 3$ 。

- 15** 某商場舉辦現場報名的摸彩箱抽獎活動，報名截止後，主持人依報名人數置入同數量的摸彩球，其中有 10 顆被標示為幸運獎，其獎項為 5000 元禮券及 8000 元禮券各 5 顆，每顆球被抽中的機率皆相同，抽後不放回。抽獎前，主辦單位依獎項個數與報名人數，主持人公告中獎機率為 0.4%。開始抽獎後，每人依序抽球，每個人只有一次抽獎機會。若前 100 位參加抽獎者，恰有 1 人抽中 5000 元禮券且沒有人抽中 8000 元禮券，則抽獎順序為第 101 號者可獲禮券金額的期望值為 $\frac{(15-1)(15-2)}{15}$ 元。

出處：龍騰版《數學 2》單元 7 數學期望值

類似考題：《【新關鍵】數學 1-2 冊學測總複習講義》單元 5 排列組合與機率 P125 範例 22

《【好好學】數學 A 學測總複習講義》單元 6 機率與期望值 P101 範例 4 類題 2

解題觀念：期望值

答案：25

解析：共有 2500 人參加抽獎（因為有 10 顆中獎，中獎機率 $0.004 = \frac{1}{250}$ ）

$$\text{所以第 101 人禮卷金額的期望值} = \frac{4}{2400} \times 5000 + \frac{5}{2400} \times 8000 = \frac{60000}{2400} = 25 \text{ (元)}。$$

- 16** 坐標平面上，已知向量 $\vec{v}$ 在向量 $(2, -3)$ 方向的正射影長比原長少 1，而在向量 $(3, 2)$ 方向的正射影長比原長少 2。若 $\vec{v}$ 與兩向量 $(2, -3), (3, 2)$ 的夾角皆為銳角，則 $\vec{v}$ 在向量 $(4, 7)$

方向的正射影長為 $\frac{(16-1)\sqrt{(16-2)}}{(16-3)}$ 。（化為最簡根式）

出處：龍騰版《數學 3A》單元 9 平面向量的運算

類似考題：《【新關鍵】數學 3A-4A 冊學測總複習講義》單元 10 平面向量 P74 範例 16

《【好好學】數學 A 學測總複習講義》單元 11 平面向量 P204 範例 5

解題觀念：向量的正射影

答案： $\frac{2\sqrt{5}}{5}$

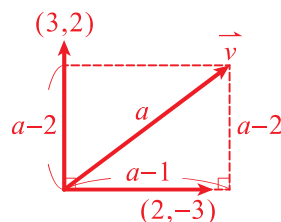
解析：因為 $(2, -3) \cdot (3, 2) = 0$ ，所以 $(2, -3) \perp (3, 2)$ ，依題意作示意圖，

$$\text{則 } a^2 = (a-1)^2 + (a-2)^2,$$

$$\Rightarrow a^2 - 6a + 5 = 0 \Rightarrow a = 1 \text{ (不合) 或 } 5,$$

$$\text{所以 } \vec{v} = 4 \times \left(\frac{2}{\sqrt{13}}, \frac{-3}{\sqrt{13}} \right) + 3 \times \left(\frac{3}{\sqrt{13}}, \frac{2}{\sqrt{13}} \right) = \left(\frac{17}{\sqrt{13}}, \frac{-6}{\sqrt{13}} \right)$$

$$\text{所求} = \frac{\left| \left(\frac{17}{\sqrt{13}}, \frac{-6}{\sqrt{13}} \right) \cdot (4, 7) \right|}{|(4, 7)|} = \frac{\frac{26}{\sqrt{13}}}{\sqrt{65}} = \frac{2\sqrt{5}}{5}。$$



17

坐標平面上，在以 $O(0,0), A(0,1), B(1,1), C(1,0)$ 為頂點的正方形（含邊界）內，令 R 為滿足下述條件的點 $P(x,y)$ 所成區域：與點 $P(x,y)$ 的距離為 $|x-y|$ 之所有點所成圖形完全落在正方形 $OABC$ （含邊界）內。則區域 R 的面積為 $\frac{\textcircled{17-1}}{\textcircled{17-2}}$ 。（化為最簡分數）

出處：龍騰版《數學 1》單元 6 圓方程式、單元 7 圓與直線的關係

類似考題：《【新關鍵】數學 1-2 冊學測總複習講義》單元 3 直線與圓 P66 範例 9

《【好好學】數學 A 學測總複習講義》單元 3 直線與圓 P44 範例 4 類題 2

解題觀念：二元一次聯立不等式的圖形與面積

答案： $\frac{1}{3}$

解析：作簡圖如右，

(I) 若 P 點在直線 $x-y=0$ 的右側

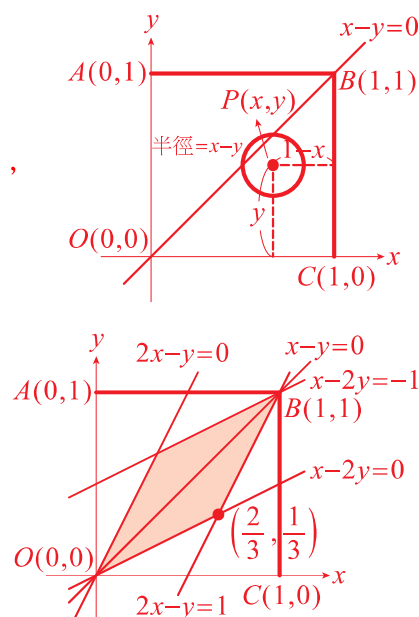
$$\text{則 } P \text{ 點滿足不等式 } \begin{cases} x-y \geq 0 \\ y \geq x-y \\ 1-x \geq x-y \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x-y \geq 0 \\ x-2y \leq 0 \\ 2x-y \leq 1 \end{cases},$$

$$\text{所以所圍區域面積} = \frac{1}{2} \times \sqrt{2} \times \frac{\frac{1}{3}}{\frac{\sqrt{2}}{2}} = \frac{1}{6}。$$

(II) 同理， P 點在直線 $x-y=0$ 的左側，

$$P \text{ 點滿足不等式 } \begin{cases} x-y \leq 0 \\ x \geq -x+y \\ 1-y \geq -x+y \end{cases},$$

$$\text{所圍面積} = \frac{1}{6}, \text{ 故所求} = \frac{1}{6} \times 2 = \frac{1}{3}。$$



第貳部分、混合題或非選擇題（占 15 分）

說明：本部分共有 1 題組，單選題每題 3 分，非選擇題配分標於題末。限在答題卷標示題號的作答區內作答。

選擇（填）題與「非選擇題作圖部分」使用 2B 鉛筆作答，更正時以橡皮擦擦拭，切勿使用修正帶（液）。非選擇題請由左而右橫式書寫，作答時必須寫出計算過程或理由，否則將酌予扣分。

18-20 題為題組

坐標空間中，設 O 為原點， E 為平面 $x-z=4$ 。試回答下列問題。

18 若原點 O 在平面 E 上的投影點為 Q ，且向量 $\overrightarrow{OQ}$ 與向量 $(1,0,0)$ 的夾角為 α ，則 $\cos \alpha$ 之值為下列哪一選項？（單選題，3 分）

(1) $-\frac{\sqrt{2}}{2}$

(2) $-\frac{1}{2}$

(3) $\frac{1}{2}$

(4) $\frac{\sqrt{2}}{2}$

(5) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ 。

出處：龍騰版《數學 4A》單元 5 空間中的平面

類似考題：《【新關鍵】數學 3A-4A 冊學測總複習講義》

單元 12 空間中的平面與直線 P122 動手做 1

《【好好學】數學 A 學測總複習講義》

單元 13 空間中的平面與直線 P244 範例 2

解題觀念：平面的法向量

答案：(4)

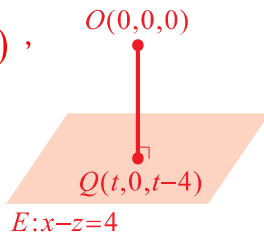
解析：設 $Q(t,0,t-4)$ ，平面的法向量 $\vec{n}=(1,0,-1)$ ，又 $\vec{a}=(1,0,0)$ ，

由題意知 $\overrightarrow{OQ} \parallel \vec{n}=(1,0,-1)$ ，

即 $\frac{t}{1} = \frac{t-4}{-1}$ ，所以 $t=2$ ，得 $\overrightarrow{OQ}=(2,0,-2)$

$$\text{所以 } \cos \alpha = \frac{\overrightarrow{OQ} \cdot \vec{a}}{|\overrightarrow{OQ}| \cdot |\vec{a}|} = \frac{2}{2\sqrt{2} \times 1} = \frac{1}{\sqrt{2}},$$

故選(4)。



- 19** 已知空間中有一點 $P(a,b,c)$ 滿足向量 $\overrightarrow{OP}$ 與向量 $(1,0,0)$ 的夾角 $\theta \leq \frac{\pi}{6}$ 。試說明實數 a,b,c 滿足不等式 $a^2 \geq 3(b^2 + c^2)$ 。(非選擇題，4 分)

出處：龍騰版《數學 4A》單元 3 空間向量的運算

類似考題：《【新關鍵】數學 3A-4A 冊學測總複習講義》

單元 12 空間中的平面與直線 P122 動手做 1

《【好好學】數學 A 學測總複習講義》

單元 13 空間中的平面與直線 P244 範例 2

解題觀念：向量的內積

答案：見解析

解析： $\cos \theta = \frac{(a,b,c) \cdot (1,0,0)}{\sqrt{a^2+b^2+c^2} \times 1} = \frac{a}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}} \geq \frac{\sqrt{3}}{2}$ ，

(因為 $\theta \leq \frac{\pi}{6} \Rightarrow \cos \theta \geq \cos \frac{\pi}{6} = \frac{\sqrt{3}}{2}$)

所以 $4a^2 \geq 3a^2 + 3b^2 + 3c^2 \Rightarrow a^2 \geq 3(b^2 + c^2)$ 。

- 20** 承 19 題，已知點 P 在平面 E 上且 $b=0$ 。試求 c 的最大可能範圍，並求線段 $\overline{OP}$ 的最小可能長度。(非選擇題，8 分)

出處：龍騰版《數學 1》單元 9 一次與二次函數《數學 4A》單元 3 空間向量的運算

類似考題：《【新關鍵】數學 3A-4A 冊學測總複習講義》

單元 12 空間中的平面與直線 P122 動手做 1

《【好好學】數學 A 學測總複習講義》

單元 13 空間中的平面與直線 P244 範例 2

解題觀念：二次函數的極值

答案： $2-2\sqrt{3} \leq c \leq 2+2\sqrt{3}$ ， $4\sqrt{3}-4$

解析：因為 P 在平面 $E: x-z=4$ 上，且 $b=0$

所以令 $P(4+c, 0, c)$

承 19 題， $(4+c)^2 \geq 3c^2 \Rightarrow 2c^2 - 8c - 16 \leq 0$ ， $c^2 - 4c - 8 \leq 0$

所以 $2-2\sqrt{3} \leq c \leq 2+2\sqrt{3}$ ……①

得 $\overline{OP} = \sqrt{(4+c)^2 + c^2} = \sqrt{2c^2 + 8c + 16} = \sqrt{2(c+2)^2 + 8}$ ……②

由①②知，當 $c = 2-2\sqrt{3}$ 時， $\overline{OP}$ 有最小值 $= \sqrt{2(4-2\sqrt{3})^2 + 8} = 4\sqrt{3}-4$ 。

參考公式及可能用到的數值

1. 首項為 a ，公差為 d 的等差數列前 n 項之和為 $S = \frac{n(2a + (n-1)d)}{2}$
首項為 a ，公比為 r ($r \neq 1$) 的等比數列前 n 項之和為 $S = \frac{a(1-r^n)}{1-r}$
2. 三角函數的和角公式： $\sin(A+B) = \sin A \cos B + \cos A \sin B$
 $\cos(A+B) = \cos A \cos B - \sin A \sin B$
 $\tan(A+B) = \frac{\tan A + \tan B}{1 - \tan A \tan B}$
3. $\triangle ABC$ 的正弦定理： $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R$ (R 為 $\triangle ABC$ 外接圓半徑)
 $\triangle ABC$ 的餘弦定理： $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C$
4. 一維數據 X ： $x_1, x_2, \dots, x_n$ ，
算術平均數 $\mu_X = \frac{1}{n}(x_1 + x_2 + \dots + x_n)$
標準差 $\sigma_X = \sqrt{\frac{1}{n}[(x_1 - \mu_X)^2 + (x_2 - \mu_X)^2 + \dots + (x_n - \mu_X)^2]} = \sqrt{\frac{1}{n}[(x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_n^2) - n\mu_X^2]}$
5. 二維數據 (X, Y) ： $(x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_n, y_n)$ ，
相關係數 $r_{X,Y} = \frac{(x_1 - \mu_X)(y_1 - \mu_Y) + (x_2 - \mu_X)(y_2 - \mu_Y) + \dots + (x_n - \mu_X)(y_n - \mu_Y)}{n\sigma_X\sigma_Y}$
迴歸直線（最適合直線）方程式 $y - \mu_Y = r_{X,Y} \frac{\sigma_Y}{\sigma_X}(x - \mu_X)$
6. 參考數值： $\sqrt{2} \approx 1.414, \sqrt{3} \approx 1.732, \sqrt{5} \approx 2.236, \sqrt{6} \approx 2.449, \pi \approx 3.142$
7. 對數值： $\log 2 \approx 0.3010, \log 3 \approx 0.4771, \log 5 \approx 0.6990, \log 7 \approx 0.8451$