



(此份試卷解題係依據大學考試中心於 113 年 1 月 23 日所公告之答案為主)

## 第壹部分、選擇（填）題（占 85 分）

### 一、單選題（占 35 分）

說明：第 1 題至第 7 題，每題 5 分。

1 某遊戲共有 210 位玩家，每位玩家均持有寶石，其中持有 1 顆的有 1 位，持有 2 顆的有 2 位，依此類推，持有 20 顆寶石的有 20 位。試問這些玩家每人持有寶石數量的第 90 百分位數為下列哪一個選項？

(1)16 (2)17 (3)18 (4)19 (5)20

出處：龍騰版《數學 2》單元 8 一維數據分析

類似考題：《【好好學】數學 B 學測總複習講義》單元 7 數據分析 P136 例題 3

解題觀念：百分位數

答案：(4)

解析：數據  $x$  由小到大依序為 1, 2, 2, 3, 3, 3, ..., 20, 20, ..., 20，

共  $1+2+\dots+20=210$ （個），

因為  $a = 210 \times \frac{90}{100} = 189$  為整數，

所以第 90 百分位數  $= \frac{x_{189} + x_{190}}{2} = \frac{19 + 19}{2} = 19$ ，

故選(4)。

- 2 已知  $a, b, c$  為實數，且滿足  $1 < a < 10$ 、 $b = \log a$ 、 $c = \log b$ ，試選出正確的選項。  
 (1)  $c < 0 < b < 1$  (2)  $0 < c < 1 < b$  (3)  $0 < c < b < 1$  (4)  $1 < c < b$  (5)  $c < b < 0$

出處：龍騰版《數學 3B》單元 5 對數函數

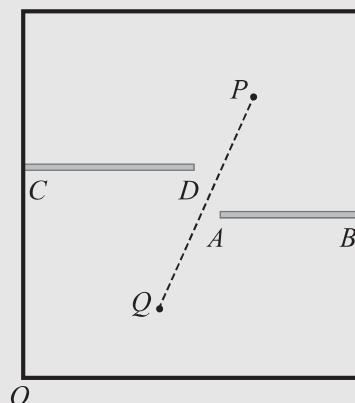
類似考題：《【好好學】數學 B 學測總複習講義》單元 8 指數與對數 P177 例題 19、P178 類題 1

解題觀念：對數函數的應用

答案：(1)

解析：因為  $1 < a < 10 \Rightarrow 0 < \log a < 1$ ，所以  $0 < b < 1$ ，又  $c = \log b \Rightarrow \log b < 0$ ，即  $c < 0$ ，所以  $c < 0 < b < 1$ ，故選(1)。

- 3 某射擊遊戲的玩家要避開障礙物射擊目標。今在遊戲畫面中設立一直角坐標系，以長方形螢幕左下角點  $O$  為原點，螢幕下方的邊緣為  $x$  軸、螢幕左方的邊緣為  $y$  軸，目標物放在點  $P(12,10)$ 。畫面中有兩面牆（牆厚度可忽略不計），一面牆由點  $A(10,5)$  水平延伸到點  $B(15,5)$ ，另一面牆由點  $C(0,6)$  水平延伸到點  $D(9,6)$ ，如右圖之示意圖。若玩家在點  $Q$  可直線射擊點  $P$  的目標物，不會被兩面牆阻擋。下列哪一個選項有可能是點  $Q$  的坐標？



- (1)  $(6,3)$  (2)  $(7,3)$  (3)  $(8,5)$  (4)  $(9,1)$  (5)  $(9,2)$

出處：龍騰版《數學 1》單元 5 直線方程式

類似考題：《【好好學】數學 B 學測總複習講義》單元 3 直線與圓 P50 例題 1

解題觀念：直線的斜率

答案：(2)

解析：由題圖得知，直線  $PD$  的斜率  $m_1 = \frac{10-6}{12-9} = \frac{4}{3}$ ，直線  $PA$  的斜率  $m_2 = \frac{10-5}{12-10} = \frac{5}{2}$ ，

所以直線  $PQ$  的斜率  $m$  滿足  $\frac{4}{3} < m < \frac{5}{2}$ 。

(1)  $\times$ ：  $m = \frac{7}{6}$  (不合)。

(2)  $\circ$ ：  $m = \frac{7}{5}$  (合)，且直線  $PQ: 7x - 5y = 34$  與  $\overline{AB}$ 、 $\overline{CD}$  均不相交。

(3)  $\times$ ：  $m = \frac{5}{4}$  (不合)。

(4)  $\times$ ：  $m = 3$  (不合)。

(5)  $\times$ ：  $m = \frac{8}{3}$  (不合)。

故選(2)。

4

已知坐標平面上有一向量  $\vec{v} = (-2, 3)$  及兩點  $A$ 、 $B$ ，且點  $A$  的  $x$  坐標和  $y$  坐標、點  $B$  的  $x$  坐標和  $y$  坐標都落在區間  $[0, 1]$  內，試問  $|\vec{v} + \vec{AB}|$  的最大值為下列哪一個選項？

- (1)  $\sqrt{13}$  (2)  $\sqrt{17}$  (3)  $3\sqrt{2}$  (4) 5 (5)  $\sqrt{2} + \sqrt{13}$

出處：龍騰版《數學 3B》單元 6 平面向量

類似考題：《【好好學】數學 B 學測總複習講義》單元 11 平面向量 P224 例題 2

解題觀念：向量的絕對值、一次不等式

答案：(4)

解析：設  $A(x_1, y_1)$ ， $B(x_2, y_2)$ ，其中  $0 \leq x_1 \leq 1$ ， $0 \leq x_2 \leq 1$ ， $0 \leq y_1 \leq 1$ ， $0 \leq y_2 \leq 1$ ，

則  $\vec{AB} = (x_2 - x_1, y_2 - y_1)$ ，且  $-1 \leq x_2 - x_1 \leq 1$ ， $-1 \leq y_2 - y_1 \leq 1$ ，

當  $\vec{AB} = (-1, 1)$  時， $|\vec{v} + \vec{AB}| = |(-3, 4)| = \sqrt{(-3)^2 + 4^2} = 5$  為最大值。

(因為  $x$  分量、 $y$  分量的平均和最大)

故選(4)。

5

設二次函數  $f(x) = x^2 + bx + c$ ，其中  $b, c$  為實數。已知  $f(x-2) = f(-x-2)$  對任意實數  $x$  均成立，且當  $-3 \leq x \leq 1$  時， $f(x)$  的最大值會是最小值的 4 倍，則  $f(x)$  的最小值是下列哪一個選項？

- (1) 0 (2)  $\frac{5}{3}$  (3) 3 (4) 4 (5) 6

出處：龍騰版《數學 1》單元 9 一次與二次函數

類似考題：《【好好學】數學 B 學測總複習講義》單元 2 多項式函數 P33 例題 12

解題觀念：二次函數的極值

答案：(3)

解析：因為  $f(x-2) = f(-x-2)$ ，

所以  $f(x)$  圖形的對稱軸方程式為  $x = -2$  (二次函數的圖形對稱於對稱軸)，

即  $f(x)$  圖形頂點的  $x$  坐標為  $-2$ ，得  $b = 4$ ，

$\Rightarrow y = x^2 + bx + c = x^2 + 4x + c = (x+2)^2 - 4 + c$ ，

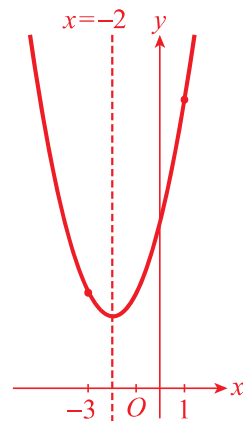
所以  $y = f(x)$  圖形的頂點坐標為  $(-2, -4 + c)$ ，

又  $-3 \leq x \leq 1$ ，因為開口向上，

最小值為  $-4 + c$ ，最大值為  $f(1) = 5 + c$ ，

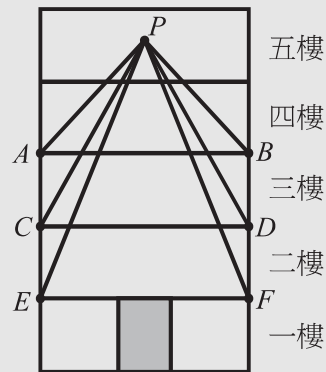
且  $5 + c = 4(-4 + c)$ ，得  $c = 7$ ，

所以  $f(x)$  的最小值為  $-4 + 7 = 3$ ，故選(3)。



6

某大樓居民在大樓外牆展示聖誕樹造型燈飾，如圖所示，從五樓外牆某處  $P$  向四樓地板的兩端  $A, B$  拉小燈泡形成等腰三角形  $PAB$ ，其中  $\overline{PA} = \overline{PB}$ ；向三樓地板的兩端  $C, D$  拉小燈泡形成等腰三角形  $PCD$ ；向二樓地板的兩端  $E, F$  拉小燈泡形成等腰三角形  $PEF$ 。假設每層樓等高且樓地板等長。若五樓地板在三角形  $PAB$  內部所截出的線段長度為樓地板長度的  $\frac{1}{3}$ ，則五樓地板在三角形  $PEF$  內部所截出的線段長度是樓地板長度的幾分之幾？  
(燈飾粗細可忽略不計)



- (1)  $\frac{1}{7}$  (2)  $\frac{1}{6}$  (3)  $\frac{1}{5}$  (4)  $\frac{2}{9}$  (5)  $\frac{1}{4}$

出 處：龍騰版《數學 4B》單元 3 平面上的比例

類似考題：《【好好學】數學 B 學測總複習講義》單元 11 平面向量 P237 類題 2

解題觀念：平面上的比例線段

答 案：(1)

解 析：作簡圖如右，

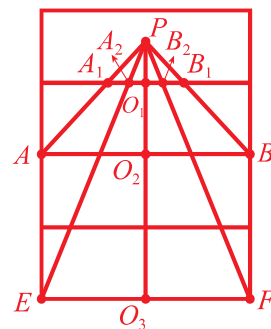
由題意知，假設  $\overline{O_1A_1} = \overline{O_1B_1} = l$ ，一層樓高  $\overline{O_1O_2} = h$ ，

$$\text{則 } \frac{\overline{PO_1}}{\overline{PO_1} + h} = \frac{\overline{O_1B_1}}{\overline{O_2B}} = \frac{l}{3l} = \frac{1}{3}，$$

$$\text{所以 } 3\overline{PO_1} = \overline{PO_1} + h \Rightarrow \overline{PO_1} = \frac{1}{2}h，$$

$$\text{所以 } \frac{\overline{PO_1}}{\overline{PO_3}} = \frac{\overline{O_1B_2}}{\overline{O_3F}} \Rightarrow \frac{\frac{1}{2}h}{\frac{7}{2}h} = \frac{\overline{O_1B_2}}{3l} \Rightarrow \overline{O_1B_2} = \frac{3}{7}l，\text{ 故 } \overline{A_2B_2} = \frac{6}{7}l，$$

$$\text{因此 } \frac{\overline{A_2B_2}}{\overline{EF}} = \frac{\frac{6}{7}l}{6l} = \frac{1}{7}，\text{ 故選(1)。}$$



7

有一城市分為東、西兩區。兩區各有一個氣溫偵測站，該城市當天的最高溫（單位：攝氏度）是取這兩區當天氣溫的最大值來記錄。下表顯示東、西兩區某月（共 30 天）每日最高溫分布的情形。

溫度 $t$	$18 \leq t < 24$	$24 \leq t < 30$	$30 \leq t < 36$	$36 \leq t$
東區（天數）	0	11	14	5
西區（天數）	3	12	15	0

根據上表，該城市當月每日最高溫分布的情形如下表。

溫度 $t$	$18 \leq t < 24$	$24 \leq t < 30$	$30 \leq t < 36$	$36 \leq t$
天數	$A$	$B$	$C$	$D$

試選出有可能為數組  $(A, B, C, D)$  的選項。

- (1)  $(0, 15, 15, 0)$    (2)  $(3, 12, 15, 5)$    (3)  $(0, 9, 16, 5)$    (4)  $(3, 7, 15, 5)$    (5)  $(0, 12, 13, 5)$

出 處：龍騰版《數學 2》單元 8 一維數據分析

類似考題：《【好好學】數學 B 學測總複習講義》單元 7 數據分析 P134 例題 1

解題觀念：一維數據分析

答 案：(3)

解 析：由資料得知：

(1)  $\times$ ： $B$  不可能為 15（ $D$  一定為 5）。

(2)  $\times$ ： $3 + 12 + 15 + 5 \geq 30$ （資料只有 30 天）。

(3)  $\circ$ ：數組  $(A, B, C, D)$  可能為  $(0, 9, 16, 5)$ 。

(4)  $\times$ ： $A$  不可能為 3。

(5)  $\times$ ： $B$  不可能大於 11。

故選(3)。

## 二、多選題（占 25 分）

說明：第 8 題至第 12 題，每題 5 分。

8 已知正實數數列  $a, b, c, d, e$  為等比數列，且  $a < b < c < d < e$ ，試選出下列為等比數列的選項。

- (1)  $a, -b, c, -d, e$
- (2)  $e, d, c, b, a$
- (3)  $\log a, \log b, \log c, \log d, \log e$
- (4)  $3^a, 3^b, 3^c, 3^d, 3^e$
- (5)  $abc, bcd, cde$

出處：龍騰版《數學 2》單元 1 數列與遞迴關係

類似考題：《【好好學】數學 B 學測總複習講義》單元 4 數列與級數 P76 例題 5

解題觀念：等比數列

答案：(1)(2)(5)

解析：正實數  $a, b, c, d, e$  成等比數列（公比  $r \neq 0$ ），

$$\text{所以 } \frac{b}{a} = \frac{c}{b} = \frac{d}{c} = \frac{e}{d} = r > 0。$$

(1) ○：  $a, -b, c, -d, e$  成等比數列，公比  $-r$ 。

(2) ○：  $e, d, c, b, a$  成等比數列，公比  $\frac{1}{r}$ 。

(3) ×：反例：1, 2, 4, 8, 16 成等比數列，  
但  $\log 1, \log 2, \log 4, \log 8, \log 16$  不是等比數列。

(4) ×：承(3)， $3^1, 3^2, 3^4, 3^8, 3^{16}$  不是等比數列。

(5) ○：  $abc, bcd, cde$  成等比數列，公比  $r^3$ 。  
故選(1)(2)(5)。

9

已知多項式  $f(x)$  除以  $x^2 + 5x + 1$  後，所得出的商式為  $x^3 + 7x^2 + x + 3$ ，試選出下列可能為  $f(x)$  的選項。

(1)  $2(x^3 + 7x^2 + x + 3)(x^2 + 5x + 1)$

(2)  $(x^3 + 7x^2 + x + 3)(x^2 + 5x + 1) - x$

(3)  $(x^3 + 7x^2 + x + 3)(x^2 + 5x + 1) + x^2$

(4)  $(x^3 + 7x^2 + x + 4)(x^2 + 5x + 1) - x$

(5)  $(x^3 + 7x^2 + x + 4)(x^2 + 5x + 1) - x^2$

出處：龍騰版《數學 1》單元 8 多項式的除法原理

類似考題：《【好好學】數學 B 學測總複習講義》單元 2 多項式函數 P23 例題 2

解題觀念：除法原理

答案：(2)(5)

解析：由除法原理得  $f(x) = (x^2 + 5x + 1) \times (x^3 + 7x^2 + x + 3) + R(x)$ ，

其中  $\deg R(x) \leq 1$  或  $R(x) = 0$ 。

(1)  $\times$ ：商式不是  $2(x^3 + 7x^2 + x + 3)$ 。

(2)  $\circ$ ： $R(x)$  可能是一次式  $-x$ 。

(3)  $\times$ ： $R(x)$  不可能是二次式  $x^2$ 。

(4)  $\times$ ： $(x^3 + 7x^2 + x + 4)(x^2 + 5x + 1) - x$   
 $= (x^3 + 7x^2 + x + 3)(x^2 + 5x + 1) + x^2 + 4x + 1$ ，

$R(x)$  不可能是二次式  $x^2 + 4x + 1$ 。

(5)  $\circ$ ： $(x^3 + 7x^2 + x + 4)(x^2 + 5x + 1) - x^2$   
 $= (x^3 + 7x^2 + x + 3)(x^2 + 5x + 1) + x^2 + 5x + 1 - x^2$   
 $= (x^3 + 7x^2 + x + 3)(x^2 + 5x + 1) + 5x + 1$ ，

則  $R(x)$  可能是一次式  $5x + 1$ 。

故選(2)(5)。

10

有兩個光點在一條長度為 120 公分的直線形軌道上移動，碰到端點就反向繼續移動。一開始兩點分別在軌道的兩端相向而動，光點 A、光點 B 的移動速率分別為每秒 5 公分及每秒 10 公分。試選出正確的選項。

- (1) 兩個光點第一次相遇的位置，與其中一個端點的距離為 40 公分
- (2) 光點 A 的位置呈週期現象，週期為 24 秒
- (3) 當光點 A 回到 A 的出發點時，光點 B 也在 B 的出發點
- (4) 兩個光點第二次相遇在其中一個端點上
- (5) 兩個光點在軌道上共有 3 個不同的相遇位置

出處：龍騰版《數學 3B》單元 2 週期性數學模型

解題觀念：函數的週期

答案：(1)(3)(4)

解析：光點相遇時所花的時間相同。

(1) ○：A、B 第一次相遇（時間  $t_1$ ），

所以  $5t_1 + 10t_1 = 120 \Rightarrow t_1 = 8$ （秒），

即第一次相遇的位置  $O_1$  距離左端點 40 公分。

(2) ×：A 經 48 秒後回到出發點，所以週期為 48 秒。

(3) ○：B 的週期為 24 秒，所以當 A 回到 A 的出發點時，

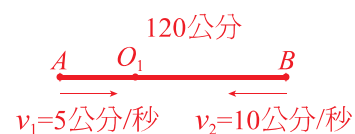
B 亦回到 B 的出發點。

(4) ○：A、B 第二次相遇在右端點（ $t_2 = 24$ ）。

(5) ×：因為第三次相遇的點亦在點  $O_1$ ，之後 A、B 回到原出發點，

所以兩光點在軌道上共有 2 個不同的相遇位置。

故選(1)(3)(4)。



11

某國家過去五年的碳排放總量，由第 1 年的  $X$  億公噸二氧化碳當量 (CO<sub>2</sub>e) 下降至第 5 年的  $Y$  億公噸二氧化碳當量 (CO<sub>2</sub>e)，達到每年平均減碳 5% 的效益，亦即  $Y = (1 - 0.05)^4 X$ 。將五年的碳排放總量與年成長率記錄如下表，其中

第  $n$  年碳排放成長率 =  $\frac{(\text{第 } n \text{ 年碳排放總量}) - (\text{第 } n - 1 \text{ 年碳排放總量})}{\text{第 } n - 1 \text{ 年碳排放總量}}$ ， $n = 2, 3, 4, 5$ 。

	第 1 年	第 2 年	第 3 年	第 4 年	第 5 年
碳排放總量 (億公噸 CO <sub>2</sub> e)	$X$	$A$	$B$	$C$	$Y$
碳排放年成長率		-0.07	$p$	$q$	$r$

試選出正確的選項。

(1)  $A = 0.93X$

(2)  $Y \leq 0.8X$

(3)  $\frac{-0.07 + p + q + r}{4} = -0.05$

(4)  $\sqrt[4]{\frac{Y}{X}} - 1 = -0.05$

(5)  $0.93(1+p)(1+q)(1+r) = (0.95)^4$

出 處：龍騰版《數學 2》單元 8 一維數據分析

類似考題：《【好好學】數學 B 學測總複習講義》單元 7 數據分析 P135 例題 2

解題觀念：平均成長率

答 案：(1)(4)(5)

解 析：(1) ○：  $\frac{A - X}{X} = -0.07 \Rightarrow A = 0.93X$ 。

(2) ×：  $Y = (1 - 0.05)^4 X \approx 0.81X > 0.8X$ 。

(3) ×：  $\sqrt[4]{(1 - 0.07)(1 + p)(1 + q)(1 + r)} - 1 = -0.05$ 。

(4) ○：承(2)， $Y = (1 - 0.05)^4 X \Rightarrow \sqrt[4]{\frac{Y}{X}} - 1 = -0.05$ 。

(5) ○：承(3)， $\sqrt[4]{0.93(1 + p)(1 + q)(1 + r)} = 0.95$   
 $\Rightarrow 0.93(1 + p)(1 + q)(1 + r) = (0.95)^4$ 。

故選(1)(4)(5)。

12

小明寫了一個程式讓機器人在 $2 \times 2$ 的棋盤中移動，如圖所示。每執行一次，程式會選擇「上、下、左、右」中的某一個方向，不同方向被選擇的機率均相等，並指示機器人依該方向移動一格，但若選到的方向會跑出棋盤，則機器人該次會停在原地。每次執行都是從上次所在位置依程式重新選取的方向移動，假設機器人的初始位置在 $A$ 。令執行程式 $n$ 次後，機器人停留在 $A$ 、 $B$ 、 $C$ 、 $D$ 的機率分別為 $a_n$ 、 $b_n$ 、 $c_n$ 和 $d_n$ 。試選出正確的選項。

$A$	$B$
$C$	$D$

(1)  $b_1 = \frac{1}{4}$

(2)  $b_2 = \frac{1}{8}$

(3)  $a_2 + d_2 = \frac{3}{4}$

(4)  $b_{99} = c_{99}$

(5)  $a_{100} + d_{100} > \frac{1}{2}$

出處：龍騰版《數學2》單元6 古典機率

類似考題：《【好好學】數學B 學測總複習講義》單元6 機率 P113 例題2

解題觀念：古典機率

答案：(1)(4)

解析：(1) ○：  $b_1 = \frac{1}{4}$ （機器人向右的機率為 $\frac{1}{4}$ ）。

(2) ×：  $b_2 = P(\text{右右}) + P(\text{右上}) + P(\text{左右}) + P(\text{上右}) = \frac{1}{4} \times \frac{1}{4} \times 4 = \frac{1}{4}$ 。

(3) ×：  $a_2 = P(\text{左左}) + P(\text{上上}) + P(\text{左上}) + P(\text{上左}) + P(\text{右左}) + P(\text{下上})$   
 $= \frac{1}{4} \times \frac{1}{4} \times 6 = \frac{3}{8}$ ，

$$d_2 = P(\text{下右}) + P(\text{右下}) = \frac{1}{4} \times \frac{1}{4} \times 2 = \frac{1}{8}$$

所以  $a_2 + d_2 = \frac{1}{2}$ 。

（因為 $b_2$ 與 $c_2$ 是對稱位置， $b_2 = c_2 = \frac{1}{4}$ ，所以 $1 - b_2 - c_2 = \frac{1}{2}$ ）

(4) ○： 機器人起始位置在 $A$ ，移動到 $B$ 或 $C$ 的機率相同，

承(2)(3)， $b$ 、 $c$ 是對稱位置，所以 $b_n = c_n = \frac{1}{4}$ ，故 $b_{99} = c_{99} = \frac{1}{4}$ 。

(5) ×： 承(3)(4)， $a_{100} + d_{100} = \frac{1}{2}$ 。（ $a_n + d_n = \frac{1}{2}$ ，因為 $1 - b_n - c_n = \frac{1}{2}$ ）

故選(1)(4)。

### 三、選填題（占 25 分）

說明：第 13 題至第 17 題，每題 5 分。

- 13** 已知  $a, b, c, d$  為實數，且  $\begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 3 & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$ 。若  $\begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 3 & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2a+1 \\ 2b+1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c \\ d \end{bmatrix}$ ，則  $c-3d$  的值為 (13-1)(13-2)。

出處：龍騰版《數學 4B》單元 7 矩陣的應用

類似考題：《【好好學】數學 B 學測總複習講義》單元 13 矩陣與資料表格 P275 例題 16

解題觀念：矩陣的乘法

答案：-1

解析：由題意知  $\begin{cases} a-b=1 \\ 3a-2b=0 \end{cases} \Rightarrow a=-2, b=-3$ ，

$$\text{所以 } \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 3 & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -3 \\ -5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c \\ d \end{bmatrix}, \text{ 故 } c-3d = 2-3 = -1.$$

- 14** 某校全體高三學生都有報考學測數學 A 或數學 B，在這些學生中只報考數學 A 的學生占全體高三學生的  $\frac{3}{10}$ 。報考數學 A 的學生中有  $\frac{5}{8}$  的學生同時也報考數學 B。則只報考數學 B 的學生在該校所有報考數學 B 的學生中所占的比例為 (14-1)(14-2)。（化為最簡分數）

出處：龍騰版《數學 2》單元 3 計數原理

類似考題：《【好好學】數學 B 學測總複習講義》單元 5 排列、組合 P92 例題 1

解題觀念：集合的運算（取捨原理）

答案： $\frac{2}{7}$

解析：設全體高三學生共有  $k$  人，

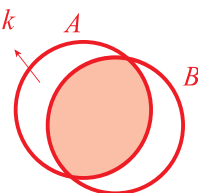
集合  $A$ ：考數學 A 的集合，集合  $B$ ：考數學 B 的集合，且考數學 A 的有  $x$  人，

$$\text{所以 } n(A \cup B) = k, n(A) - n(A \cap B) = \frac{3}{10}k \Rightarrow x - \frac{5}{8}x = \frac{3}{10}k, \frac{3}{10}k$$

$$\text{所以 } x = \frac{4}{5}k \Rightarrow n(A \cap B) = \frac{5}{8}x = \frac{1}{2}k,$$

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B) \Rightarrow k = \frac{4}{5}k + n(B) - \frac{1}{2}k \Rightarrow n(B) = \frac{7}{10}k,$$

$$\text{所以只考數學 B 的人數} = \frac{7}{10}k - \frac{1}{2}k = \frac{1}{5}k, \text{ 故所求} = \frac{\frac{1}{5}k}{\frac{7}{10}k} = \frac{2}{7}.$$



15 已知  $P_1$ 、 $P_2$ 、 $Q_1$ 、 $Q_2$ 、 $R$  為平面上相異五點，其中  $P_1$ 、 $P_2$ 、 $R$  三點不共線，且滿足  $\overrightarrow{P_1R} = 4\overrightarrow{P_1Q_1}$ ， $\overrightarrow{P_2R} = 7\overrightarrow{P_2Q_2}$ ，則  $\overrightarrow{Q_1Q_2} = \underline{\textcircled{15-1}} \overrightarrow{P_1Q_1} + \underline{\textcircled{15-2}\textcircled{15-3}} \overrightarrow{P_2Q_2}$ 。

出處：龍騰版《數學 3B》單元 6 平面向量

類似考題：《【好好學】數學 B 學測總複習講義》單元 11 平面向量 P226 類題 1

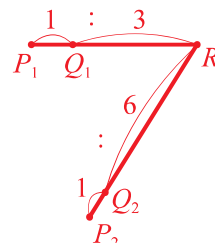
解題觀念：向量的線性組合、係數積

答案： $3\overrightarrow{P_1Q_1} - 6\overrightarrow{P_2Q_2}$

解析：因為  $P_1, P_2, R$  三點不共線，

作圖如右，其中  $\overline{P_1Q_1} : \overline{Q_1R} = 1:3$ ， $\overline{P_2Q_2} : \overline{Q_2R} = 1:6$ ，

又  $\overrightarrow{Q_1Q_2} = \overrightarrow{Q_1R} + \overrightarrow{RQ_2} = 3\overrightarrow{P_1Q_1} + 6\overrightarrow{Q_2P_2} = 3\overrightarrow{P_1Q_1} - 6\overrightarrow{P_2Q_2}$ 。



16 在空間坐標系中，有一球心坐標在  $O(0,0,0)$  且北極點在  $N(0,0,2)$  的地球儀。已知球面上點  $A$  坐標為  $\left(\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{1}{2}, \sqrt{3}\right)$ ，赤道上距離點  $A$  最遠的點為點  $P$ ，則在通過點  $A$ 、點  $P$  的大圓上這兩點的劣弧長為  $\frac{\textcircled{16-1}\pi}{\textcircled{16-2}}$ 。（化為最簡分數）

出處：龍騰版《數學 4B》單元 2 空間坐標系

類似考題：《【好好學】數學 B 學測總複習講義》單元 12 空間概念與圓錐截痕 P253 例題 8

解題觀念：球面坐標

答案： $\frac{4\pi}{3}$

解析：作簡圖如右，

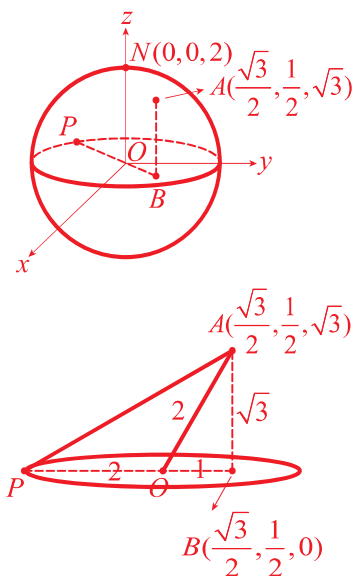
設點  $A$  在  $xy$  平面之投影點為  $B$ ，

則  $B\left(\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{1}{2}, 0\right)$ ，且  $\overline{OA} = 2$ ， $\overline{AB} = \sqrt{3}$ ，

故  $\overline{OB} = 1$ ，

所以  $\angle AOB = \frac{\pi}{3}$ ，即  $\angle AOP = \frac{2}{3}\pi$ ，

故  $\widehat{AP} = 2 \times \frac{2\pi}{3} = \frac{4\pi}{3}$ 。



17

在一圓的圓周上取 12 個等分點並以順時針方向依序編 1 號至 12 號。由這 12 個點任取 3 點為頂點所形成的三角形中，三個內角的角度由小到大會成等差數列的三角形有  $\textcircled{17-1}$   $\textcircled{17-2}$  個。

出 處：龍騰版《數學 2》單元 1 數列與遞迴關係、單元 3 計數原理

類似考題：《【好好學】數學 B 學測總複習講義》單元 5 排列、組合 P94 類題 2

解題觀念：等差數列、計數原理

答 案：76

解 析：三角形的每個內角都是  $15^\circ$  的倍數，且等差中項為  $60^\circ$ 。

(1) 若取出的三點形成  $15^\circ-60^\circ-105^\circ$  的三角形

$\Rightarrow (1,2,6), (1,8,12), (2,3,7), (2,9,1), \dots$ ，共有  $12 \times 2 = 24$  (個)。

(2) 若取出的三點形成  $30^\circ-60^\circ-90^\circ$  的直角三角形

$\Rightarrow (1,3,7), (1,5,7), (1,9,7), (1,11,7),$   
 $(2,4,8), (2,6,8), (2,10,8), (2,12,8), \dots$ ，

共有  $6 \times 4 = 24$  (個)。

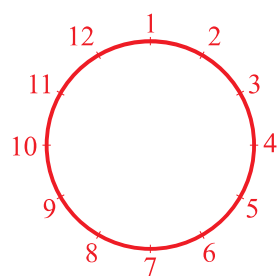
(3) 若取出的三點形成  $45^\circ-60^\circ-75^\circ$  的三角形

$\Rightarrow (1,4,8), (1,6,10), (2,5,9), (2,7,11), \dots$ ，共有  $12 \times 2 = 24$  (個)。

(4) 若取出的三點形成  $60^\circ-60^\circ-60^\circ$  的正三角形

$\Rightarrow (1,5,9), (2,6,10), (3,7,11), (4,8,12)$ ，所以共有 4 (個)。

所以所求有  $4 + 24 \times 3 = 76$  (個)。

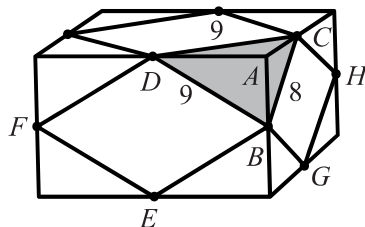


## 第貳部分、混合題或非選擇題（占 15 分）

說明：本部分共有 1 題組，單選題每題 3 分，非選擇題配分標於題末。限在答題卷標示題號的作答區內作答。選擇（填）題與「非選擇題作圖部分」使用 2B 鉛筆作答，更正時以橡皮擦擦拭，切勿使用修正帶（液）。非選擇題請由左而右橫式書寫，作答時必須寫出計算過程或理由，否則將酌予扣分。

### 18-20 題為題組

如圖所示，考慮長方體的石塊上某一頂點  $A$  及包含點  $A$  的一個面，令這個面的各邊中點分別為  $B, E, F, D$ 。此長方體上包含點  $B$  的另一個面，令其各邊中點分別為  $B, C, H, G$ 。已知  $\overline{BC} = 8$ ， $\overline{BD} = \overline{DC} = 9$ 。現將此石塊截去八個角，使得每個截角的截面恰通過該截角之三鄰邊的中點。根據上述，試回答下列問題。



**18** 截角後的石塊為幾面體？（單選題，3 分）

- (1)八面體 (2)十面體 (3)十二面體 (4)十四面體 (5)十六面體

出處：龍騰版《數學 4B》單元 2 空間坐標系

類似考題：《【好好學】數學 B 學測總複習講義》單元 12 空間概念與圓錐截痕 P249 類題 1

解題觀念：長方體的截痕

答案：(4)

解析：長方體原本有 6 個面，再加截去的 8 個角  $\Rightarrow$  8 個面，  
所以  $6+8=14$  面體，故選(4)。

**19** 試求  $\triangle BCD$  的面積。（非選擇題，4 分）

出處：龍騰版《數學 2》單元 12 三角比的性質

類似考題：《【好好學】數學 B 學測總複習講義》單元 12 空間概念與圓錐截痕 P249 類題 1

解題觀念：三角形面積

答案： $4\sqrt{65}$

解析： $s = \frac{1}{2} \times (9+9+8) = 13$ ，

所以由海龍公式： $\triangle BCD$  面積  $= \sqrt{13 \times 4 \times 4 \times 5} = 4\sqrt{65}$ 。

試求  $\overline{AD}$  的長度與四面體  $ABCD$  的體積，並求此四面體以  $\triangle BCD$  為底面時，頂點  $A$  到底面的高度。(角錐體積 =  $\frac{\text{底面積} \times \text{高}}{3}$ ) (非選擇題，8 分)

出 處：龍騰版《數學 4B》單元 2 空間坐標系

類似考題：《【好好學】數學 B 學測總複習講義》單元 12 空間概念與圓錐截痕 P249 類題 1

解題觀念：四面體體積

答 案：7， $\frac{112}{3}$ ， $\frac{28\sqrt{65}}{65}$

解 析：四面體  $ABCD$  體積 =  $\frac{1}{3} \times \triangle BCD$  面積  $\times h = \frac{1}{3} \times 4\sqrt{65} \times h$ ，

又設  $\overline{AB} = x$ ， $\overline{AC} = y$ ， $\overline{AD} = z$ ，

$$\text{所以 } \begin{cases} x^2 + y^2 = 64 \\ x^2 + z^2 = 81 \Rightarrow 2(x^2 + y^2 + z^2) = 226 \Rightarrow x^2 + y^2 + z^2 = 113 \\ y^2 + z^2 = 81 \end{cases}$$

所以  $x^2 = 32 \Rightarrow x = \sqrt{32}$ ， $y^2 = 32 \Rightarrow y = \sqrt{32}$ ， $z^2 = 49 \Rightarrow z = 7$ ，

故四面體體積 =  $\frac{1}{3} \times \frac{1}{2} \times \sqrt{32} \times \sqrt{32} \times 7 = \frac{112}{3} = \frac{1}{3} \times 4\sqrt{65} \times h$ ，

得  $h = \frac{16 \times 7}{4\sqrt{65}} = \frac{28}{\sqrt{65}} = \frac{28\sqrt{65}}{65}$ 。

## 參考公式及可能用到的數值

1. 首項為  $a$ ，公差為  $d$  的等差數列前  $n$  項之和為  $S = \frac{n(2a + (n-1)d)}{2}$

首項為  $a$ ，公比為  $r (r \neq 1)$  的等比數列前  $n$  項之和為  $S = \frac{a(1-r^n)}{1-r}$

2.  $\triangle ABC$  的正弦定理： $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R$  ( $R$  為  $\triangle ABC$  外接圓半徑)

$\triangle ABC$  的餘弦定理： $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C$

3. 一維數據  $X: x_1, x_2, \dots, x_n$ ，

算術平均數  $\mu_X = \frac{1}{n}(x_1 + x_2 + \dots + x_n)$

標準差  $\sigma_X = \sqrt{\frac{1}{n}[(x_1 - \mu_X)^2 + (x_2 - \mu_X)^2 + \dots + (x_n - \mu_X)^2]} = \sqrt{\frac{1}{n}[(x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_n^2) - n\mu_X^2]}$

4. 二維數據  $(X, Y): (x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_n, y_n)$ ，

相關係數  $r_{X,Y} = \frac{(x_1 - \mu_X)(y_1 - \mu_Y) + (x_2 - \mu_X)(y_2 - \mu_Y) + \dots + (x_n - \mu_X)(y_n - \mu_Y)}{n\sigma_X\sigma_Y}$

迴歸直線（最適合直線）方程式  $y - \mu_Y = r_{X,Y} \frac{\sigma_Y}{\sigma_X} (x - \mu_X)$

5. 參考數值： $\sqrt{2} \approx 1.414$ ， $\sqrt{3} \approx 1.732$ ， $\sqrt{5} \approx 2.236$ ， $\sqrt{6} \approx 2.449$ ， $\pi \approx 3.142$

6. 對數值： $\log 2 \approx 0.3010$ ， $\log 3 \approx 0.4771$ ， $\log 5 \approx 0.6990$ ， $\log 7 \approx 0.8451$