

總 分
測驗時間：20分鐘

選修數學乙(下)小試身手卷 (中偏易)

請 尊重著作權
勿擅自翻印

第 9 回

範圍：單元 3 複數與複數平面

____年____班____號

(主題：甲乙)

姓名_____

一、 單選題(5 小題，每格 10 分，共 50 分)

1. () 設 $z_1 = 1 + 2i$, $z_2 = -1 - 2i$, $z_3 = -2 + 2i$, $z_4 = 3i$, $z_5 = -3$, 則下列哪一個複數的實部大於虛部? (A) z_1 (B) z_2 (C) z_3 (D) z_4 (E) z_5

解答

B

解析

(A) $z_1 = 1 + 2i$ 的實部 1, 虛部 2, 所以實部小於虛部 (B) $z_2 = -1 - 2i$ 的實部 -1, 虛部 -2, 所以實部大於虛部 (C) $z_3 = -2 + 2i$ 的實部 -2, 虛部 2, 所以實部小於虛部 (D) $z_4 = 0 + 3i$ 的實部 0, 虛部 3, 所以實部小於虛部 (E) $z_5 = -3 + 0i$ 的實部 -3, 虛部 0, 所以實部小於虛部

2. () 已知 $z_1 = -2i - 1$, $z_2 = 2 - i$, 選出下列敘述正確之選項。

(A) $|z_1| = 2i + 1$ (B) $\overline{z_1} = -2i + 1$ (C) $z_1 = i \cdot z_2$ (D) $\overline{z_2} = -2 + i$ (E) $|z_1| = |z_2|$

解答

E

解析

(A)×: $|z_1| = \sqrt{(-2)^2 + (-1)^2} = \sqrt{5}$

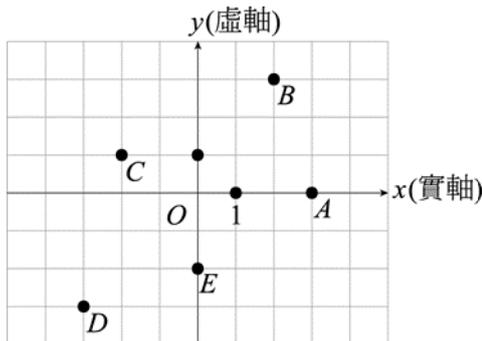
(B)×: $\overline{z_1} = \overline{-2i - 1} = -1 - 2i = -1 + 2i$

(C)×: $i \cdot z_2 = i \cdot (2 - i) = 1 + 2i \neq z_1$

(D)×: $\overline{z_2} = \overline{2 - i} = 2 + i$

(E)○: $|z_1| = \sqrt{(-2)^2 + (-1)^2} = \sqrt{5}$, $|z_2| = \sqrt{2^2 + (-1)^2} = \sqrt{5}$, 故 $|z_1| = |z_2|$

3. () 如圖，關於在複數平面上標出其所代表的點位置，何者正確?



(A) $A(3i)$ (B) $B(3 + 2i)$ (C) $C(2 - i)$ (D) $D(-3 - 3i)$ (E) $E(-2)$

解答

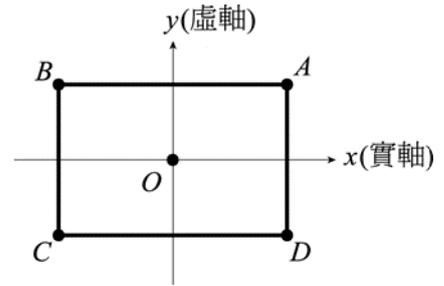
D

解析

(A)×: 複數 $A(3 + 0i) = A(3)$ (B)×: 複數 $B(2 + 3i)$

(C)×: 複數 $C(-2 + i)$ (D)○ (E)×: 複數 $E(0 + (-2)i) = E(-2i)$

4. () 如圖，矩形 $ABCD$ 的四邊平行坐標軸，中心在原點 O 。設 A 點所對應的複數為 $z_1 = 4 + 3i$ ， B 、 C 、 D 三點所對應的複數依序為 z_2 、 z_3 、 z_4 ，則下列選項何者有誤？



- (A) $z_1 - z_2 = z_4 - z_3$ (B) $z_1 - z_4 = z_2 - z_3$
 (C) $z_1 - z_3 = z_2 - z_4$ (D) $z_1 \times z_4 = z_2 \times z_3$
 (E) $z_1 \times z_2 = z_3 \times z_4$

解答

C

解析

依題意可知 B 點與 A 點對稱於 y 軸、 C 點與 A 點對稱於原點、

D 點與 A 點對稱於 x 軸，所以 $z_2 = -4 + 3i$ 、 $z_3 = -4 - 3i$ 、 $z_4 = 4 - 3i$

(A)○： $z_1 - z_2 = (4 + 3i) - (-4 + 3i) = 8$ ， $z_4 - z_3 = (4 - 3i) - (-4 - 3i) = 8$ ，

所以 $z_1 - z_2 = z_4 - z_3$

(B)○： $z_1 - z_4 = (4 + 3i) - (4 - 3i) = 6i$ ， $z_2 - z_3 = (-4 + 3i) - (-4 - 3i) = 6i$ ，

所以 $z_1 - z_4 = z_2 - z_3$

(C)×： $z_1 - z_3 = (4 + 3i) - (-4 - 3i) = 8 + 6i$ ， $z_2 - z_4 = (-4 + 3i) - (4 - 3i) = -8 + 6i$ ，

所以 $z_1 - z_3 \neq z_2 - z_4$

(D)○： $z_1 \times z_4 = (4 + 3i) \times (4 - 3i) = 25$ ， $z_2 \times z_3 = (-4 + 3i) \times (-4 - 3i) = 25$ ，

所以 $z_1 \times z_4 = z_2 \times z_3$

(E)○： $z_1 \times z_2 = (4 + 3i) \times (-4 + 3i) = -25$ ， $z_3 \times z_4 = (-4 - 3i) \times (4 - 3i) = -25$ ，

所以 $z_1 \times z_2 = z_3 \times z_4$

5. () 在複數平面上，所有滿足方程式 $|z - 6| : |z| = 2 : 1$ 的複數 z 形成什麼圖形？

- (A)點 (B)線段 (C)直線 (D)圓 (E)拋物線

解答

D

解析

$|z - 6| : |z| = 2 : 1$ 可化簡成 $2|z| = |z - 6|$ ，

設 $z = x + yi$ 其中 x 、 y 為實數，

可得 $2|x + yi| = |(x - 6) + yi|$ ，

得 $2\sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{(x - 6)^2 + y^2}$ ，

可得 $4(x^2 + y^2) = (x - 6)^2 + y^2$ ，

整理可得 $3x^2 + 3y^2 + 12x - 36 = 0$

化簡配方得 $(x + 2)^2 + y^2 = 16 = 4^2$ ，

故可知複數 z 的圖形為圓（圓心 $(-2, 0)$ ，半徑 4）

二、 填充題(4 小題， 每格 10 分， 共 50 分)

1. 已知 $z = 4 - 3i$ ， 設 $z_1 = z + i$ ， $z_2 = z - i$ ， $z_3 = z \times i$ ， $z_4 = \frac{z}{i}$ ，

(1) 求 z_1 與 z_2 的距離為_____。

(2) 求 $|z_3 - z_4|$ 的值為_____。

解答

(1)2 (2)10

解析

(1) $z_1 = z + i = 4 - 3i + i = 4 - 2i$ ， $z_2 = z - i = 4 - 3i - i = 4 - 4i$

z_1 與 z_2 的距離為 $|z_1 - z_2| = |(4 - 2i) - (4 - 4i)| = |2i| = 2$ 。

(2) $z_3 = z \cdot i = (4 - 3i) \cdot i = 3 + 4i$ ， $z_4 = \frac{z}{i} = \frac{(4 - 3i) \cdot i}{i^2} = \frac{4i + 3}{-1} = -3 - 4i$ ，

$|z_3 - z_4| = |(3 + 4i) - (-3 - 4i)| = |6 + 8i| = \sqrt{6^2 + 8^2} = 10$ 。

2. 已知實數複數 z 滿足 $\frac{z+1}{z-3}=1-i$ ，求 $|z|$ = _____。

解答 5

解析 移項得 $z+1=(z-3)(1-i)$ ，化簡得 $iz=-4+3i$ ，可得 $z=3+4i$ ，故
 $|z|=|3+4i|=\sqrt{3^2+4^2}=5$ 。

3. 已知實數 a 、 b 滿足 $(a-2)-3i=-2b+(a+1)i$ ，求數對 (a, b) = _____。

解答 $(-4, 3)$

解析 根據複數相等的定義，得 $a-2=-2b$ 與 $-3=a+1$ ，解得 $a=-4$ ， $b=3$ 。

4. 設 a 、 b 為實數，且 $\frac{a+bi}{1-i}$ 的共軛複數為 $6-2i$ ，求數對 (a, b) = _____。

解答 $(8, -4)$

解析 由題意可知 $\frac{a+bi}{1-i}=\overline{6-2i}=6+2i$ ，
所以 $a+bi=(6+2i)\cdot(1-i)=8-4i$ ，
故 $(a, b) = (8, -4)$ 。