

總 分
測驗時間：20分鐘

選修數學乙(下)小試身手卷 (中偏易)

請 尊重著作權
勿擅自翻印

第 1 回

範圍：單元 1 離散型隨機變數

____年____班____號

(主題：甲)

姓名_____

一、 單選題(5 小題，每格 10 分，共 50 分)

1. () 關於下列隨機變數 X 的所有可能取值，何者敘述**錯誤**？ (A)對同一籃框連續投籃 2 次，令隨機變數 X 表示投進的次數，則 X 所有可能的取值為 0、1、2 (B)丟一枚均勻硬幣 2 次，令隨機變數 X 表示正面出現的次數，則 X 所有可能的取值為 0、1、2 (C)丟兩枚均勻硬幣 1 次，令隨機變數 X 表示出現正面的硬幣個數，則 X 所有可能的取值為 0、1、2 (D)袋中裝有大小相同的紅球 2 顆、白球 3 顆。從袋中任取 2 顆球，令隨機變數 X 表示取得紅球的顆數，則 X 所有可能的取值為 0、1、2 (E)從一般正常的 52 張撲克牌中隨機抽出 5 張牌。令隨機變數 X 表示抽到點數「K」的張數，則 X 所有可能的取值為 0、1、2、3、4、5

解答

E

解析

- (A)○：投籃 2 次投進的次數之樣本空間為 $S = \{\text{兩次都不進, 一次不進一次進, 兩次都進}\}$ 。由樣本空間可知：投進的次數 X 所有可能的取值為 0、1、2
- (B)○：用「+」表示出現正面，「-」表示出現反面，丟一枚硬幣 2 次的樣本空間為 $S = \{(-, -), (-, +), (+, -), (+, +)\}$ ，其中序對中的位置，代表依次出現的結果。由樣本空間可知：正面出現的次數 X 所有可能的取值為 0、1、2
- (C)○：丟兩枚硬幣 1 次，樣本空間為 $S = \{\text{兩反面, 一反面一正面, 兩正面}\}$ ，由樣本空間可知：正面出現的次數 X 所有可能的取值為 0、1、2
- (D)○：從袋中任取 2 顆球，樣本空間為 $S = \{\text{兩白球, 一白球一紅球, 兩紅球}\}$ ，則隨機變數 X 所有可能的取值為 0、1、2
- (E)×：一副撲克牌中最多有 4 張「K」，所以抽到點數「K」的張數小於或等於 4，則隨機變數 X 所有可能的取值為 0、1、2、3、4

2. () 對同一靶面連續射擊 3 發，並令隨機變數 X 表示命中靶面的次數。若已知每次射擊命中靶面的機率皆為 $\frac{1}{2}$ ，則關於下列隨機變數 X 的機率質量函

數值，哪一個選項是正確的？ (A) $P(X = 0) = 0$ (B) $P(X = 1) = \frac{1}{8}$

(C) $P(X = 2) = \frac{2}{8}$ (D) $P(X = 3) = \frac{3}{8}$ (E) $P(X = 1) = P(X = 2)$

解答

E

解析

由題意可知機率分布表如下。

x	0	1	2	3
$P(X = x)$	$C_0^3 \left(\frac{1}{2}\right)^0 \left(\frac{1}{2}\right)^3 = \frac{1}{8}$	$C_1^3 \left(\frac{1}{2}\right)^1 \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{3}{8}$	$C_2^3 \left(\frac{1}{2}\right)^2 \left(\frac{1}{2}\right)^1 = \frac{3}{8}$	$C_3^3 \left(\frac{1}{2}\right)^3 \left(\frac{1}{2}\right)^0 = \frac{1}{8}$

從上表可得

$$(A) P(X=0) = \frac{1}{8} \quad (B) P(X=1) = \frac{3}{8} \quad (C) P(X=2) = \frac{3}{8} \quad (D) P(X=3) = \frac{1}{8}$$

$$(E) P(X=1) = P(X=2) = \frac{3}{8}$$

3. () 一袋裝有大小相同的 10 顆球，其編號分別為 4、3、3、2、2、2、1、1、1、1。從袋中任取一球，每球被選出的機會均相等。令隨機變數 X 表示取出球的編號，關於下列隨機變數 X 的機率質量函數值，哪一個選項是正確的？ (A) 機率 $P(X=0) = 0$ (B) 機率 $P(X=1) = 0.1$
(C) 機率 $P(X=2) = 0.2$ (D) 機率 $P(X=3) = 0.3$ (E) 機率 $P(X=4) = 0.4$

解答

A

解析

由題意可知隨機變數 X 的機率分布表如下。

x	1	2	3	4
$P(X=x)$	$\frac{4}{10} = 0.4$	$\frac{3}{10} = 0.3$	$\frac{2}{10} = 0.2$	$\frac{1}{10} = 0.1$

又袋中無編號為 0 的球，所以機率 $P(X=0) = 0$

4. () 有一顆均勻的特殊骰子，其六個面的點數分別為 1、2、2、3、3、3。擲此骰子一次，並令隨機變數 X 表示所擲出的點數。試選出下列敘述**錯誤**的選項。 (A) $P(X=1) = \frac{1}{6}$ (B) $P(X=2) = \frac{1}{3}$ (C) $P(X=3) = \frac{1}{2}$
(D) $P(X \geq 2) = \frac{1}{2}$ (E) $P(X \leq 3) = 1$

解答

D

解析

由題意可知隨機變數 X 的機率分布表如下。

x	1	2	3
$P(X=x)$	$\frac{1}{6}$	$\frac{2}{6} = \frac{1}{3}$	$\frac{3}{6} = \frac{1}{2}$

從上表可知 (A) $P(X=1) = \frac{1}{6}$ (B) $P(X=2) = \frac{1}{3}$ (C) $P(X=3) = \frac{1}{2}$

$$(D) P(X \geq 2) = P(X=2) + P(X=3) = \frac{2}{6} + \frac{3}{6} = \frac{5}{6}$$

$$(E) P(X \leq 3) = P(X=1) + P(X=2) + P(X=3) = 1$$

5. () 袋中有大小相同的紅球 1 顆、白球 3 顆，每次從袋中任取一球，取後不放回，直到取到紅球才停止，稱此為一輪操作。已知每顆球被取到的機會均等，並令隨機變數 X 表示一輪操作中所取出的總球數。試選出下列敘述**錯誤**的選項。 (A) 最多取球 4 次就會停止取球 (B) 第一次取球後就停止取球的機率為 $\frac{1}{4}$ (C) $P(X=2) = P(X=3)$ (D) $P(X=4) > P(X=3)$
(E) 機率 $P(X \leq 2) = \frac{1}{2}$

解答

D

解析

(i) $X=1$ 表示共取出 1 球的事件，即取球顏色為紅，其機率為 $P(X=1) = \frac{1}{4}$ 。

(ii) $X=2$ 表示共取出 2 球的事件，即取球顏色依序為白紅，其機率為

$$P(X=2) = \frac{3}{4} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{4}。$$

(iii) $X = 3$ 表示共取出 3 球的事件，即取球顏色依序為白白紅，

其機率為 $P(X = 3) = \frac{3}{4} \times \frac{2}{3} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$ 。

(iv) $X = 4$ 表示共取出 4 球的事件，即取球顏色依序為白白白紅，

其機率為 $P(X = 4) = \frac{3}{4} \times \frac{2}{3} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{1} = \frac{1}{4}$ 。

由於白球有三顆，因此至多取到第 4 球必可取到紅球，即 $X \leq 4$ 。

綜合以上，可得隨機變數 X 的機率分布表如下。

取出的球數 x	1	2	3	4
$P(X = x)$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$

從上面可知 (A) 最多取球 4 次就會停止取球 (B) 第一次取球後就停止取球

的機率為 $P(X = 1) = \frac{1}{4}$ (C) $P(X = 2) = \frac{1}{4}$ ， $P(X = 3) = \frac{1}{4}$ ，所以 $P(X = 2) = P(X = 3)$

(D) $P(X = 4) = \frac{1}{4}$ ， $P(X = 3) = \frac{1}{4}$ ，所以 $P(X = 4) = P(X = 3)$

(E) $P(X \leq 2) = P(X = 1) + P(X = 2) = \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{1}{2}$

二、填充題(3 小題，每格 10 分，共 50 分)

1. 甲、乙兩個箱子各有 1、2 與 3 號三個球，今從兩箱子中各取一球，已知每顆球被選到的機會均等，令隨機變數 X 表示兩球號碼的和，寫出所有 X 可能的取值

解答 2、3、4、5、6

解析 附表最上列與最左欄表示取出的號碼球，其餘欄位為取出兩球的和。

和	1 號	2 號	3 號
1 號	2	3	4
2 號	3	4	5
3 號	4	5	6

可知所有 X 可能的取值為 2、3、4、5、6。

2. 甲、乙兩人各從 1、2、3 與 4 四個數字中任選一個數字，可重複選取。已知每個數字被選到的機會均等，令隨機變數 X 表示甲、乙所選數字的差之絕對值，求機率 $P(X \geq 2) =$ _____。

解答 $\frac{3}{8}$

解析 附表最上列與最左欄表示取出的數字，其餘欄位為取出兩數字差的絕對值。

差的絕對值	1	2	3	4
1	0	1	2	3
2	1	0	1	2
3	2	1	0	1
4	3	2	1	0

可知 $P(X=2)=\frac{4}{16}$ 、 $P(X=3)=\frac{2}{16}$ ，

故機率 $P(X \geq 2) = P(X=2) + P(X=3) = \frac{4}{16} + \frac{2}{16} = \frac{3}{8}$ 。

3. 袋中有大小相同的紅球 2 顆、白球 3 顆。從袋中任取 2 顆球，已知每顆球被取到的機會均等，並令隨機變數 X 表示取得紅球的個數，試完成下列機率分布表：

x	0	1	2
$P(X=x)$	①	②	③

① _____ ； ② _____ ； ③ _____ 。

解答 ① $\frac{3}{10}$ ② $\frac{3}{5}$ ③ $\frac{1}{10}$

解析 ① $P(X=0) = \frac{C_0^2 \times C_2^3}{C_2^5} = \frac{3}{10}$ 。

② $P(X=1) = \frac{C_1^2 \times C_1^3}{C_2^5} = \frac{6}{10} = \frac{3}{5}$ 。

③ $P(X=2) = \frac{C_2^2 \times C_0^3}{C_2^5} = \frac{1}{10}$ 。