

總 分
測驗時間：20分鐘

選修數學乙(下)小試身手卷 (中偏易)

請

尊重著作權
勿擅自翻印

第 4 回

範圍：單元 2 二項分布

____年____班____號

(主題：甲)

姓名_____

一、單選題(5 小題，每格 10 分，共 50 分)

1. () 有 3 題四選一的單選題，某生每題皆隨意選擇一個選項作答。已知每題答對與否為獨立事件，求 3 題全對或全錯的機率。

(A) $\frac{2}{9}$ (B) $\frac{3}{4}$ (C) $\frac{7}{16}$ (D) $\frac{9}{16}$ (E) $\frac{2}{27}$

解答

C

解析

每題四選一的單選題答對(成功)的機率為 $\frac{1}{4}$ ，答錯(失敗)的機率為

$$1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}，則所求為 C_3^3 \left(\frac{1}{4}\right)^3 \left(\frac{3}{4}\right)^0 + C_0^3 \left(\frac{1}{4}\right)^0 \left(\frac{3}{4}\right)^3 = \frac{7}{16}$$

2. () 擲一枚不公正的硬幣，出現正面的機率為 $\frac{1}{3}$ ，出現反面的機率為 $\frac{2}{3}$ 。投擲此硬幣 3 次，求恰出現 2 次正面的機率。

(A) $\frac{1}{9}$ (B) $\frac{4}{9}$ (C) $\frac{1}{3}$ (D) $\frac{2}{3}$ (E) $\frac{2}{9}$

解答

E

解析

$$所求為 C_2^3 \left(\frac{1}{3}\right)^2 \left(\frac{2}{3}\right)^1 = \frac{2}{9}$$

3. () 投擲一粒公正的六面體骰子 4 次，求至多 1 次出現小於 4 點的機率。

(A) $\frac{1}{2}$ (B) $\frac{5}{16}$ (C) $\frac{20}{81}$ (D) $\frac{64}{81}$ (E) $\frac{56}{243}$

解答

B

解析

投擲一粒公正骰子出現小於 4 點的點數為 1、2、3，

所以其機率為 $\frac{3}{6} = \frac{1}{2}$ ，

至多 1 次出現小於 4 點的情況之次數可能有 0 次、1 次，

$$依題意所求為 C_0^4 \left(\frac{1}{2}\right)^0 \left(\frac{1}{2}\right)^4 + C_1^4 \left(\frac{1}{2}\right)^1 \left(\frac{1}{2}\right)^3 = \frac{5}{16}$$

4. () 袋中有大小相同的紅球 1 顆、白球 2 顆。每次從袋中取出一球，觀察顏色後再放回袋中，共取球 5 次。已知每一次取球都為獨立事件，且每球被取到的機會均等。求至少 4 次取到紅球的機率。

(A) $\frac{1}{2}$ (B) $\frac{5}{16}$ (C) $\frac{20}{27}$ (D) $\frac{11}{243}$ (E) $\frac{112}{243}$

解答

D

解析

由題意可知，每次取到紅球(成功)的機率為 $\frac{1}{3}$ ，取到白球(失敗)的機率

$$為 1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}，依題意所求為 C_4^5 \left(\frac{1}{3}\right)^4 \left(\frac{2}{3}\right)^1 + C_5^5 \left(\frac{1}{3}\right)^5 \left(\frac{2}{3}\right)^0 = \frac{11}{243}$$

5. () 從 52 張撲克牌中，每次抽一張牌，觀察花色後放回並重新洗牌。已知每張牌被抽出的機會均等，共抽 4 次，且每一次抽牌都為獨立事件，求恰有 3 次抽到的花色為紅心的機率。

(A) $\frac{1}{4}$ (B) $\frac{3}{4}$ (C) $\frac{3}{64}$ (D) $\frac{27}{64}$ (E) $\frac{81}{256}$

解答

C

解析

由題意可知，每次取到紅心（成功）的機率為 $\frac{13}{52} = \frac{1}{4}$ ，

取到非紅心（失敗）的機率為 $1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$ ，

依題意所求為 $C_3^4 \left(\frac{1}{4}\right)^3 \left(\frac{3}{4}\right)^1 = \frac{3}{64}$

二、填充題(2 小題，第 1 題每格 4 分；第 2 題每格 3 分，共 50 分)

1. 甲、乙兩人進行「剪刀、石頭、布」的猜拳遊戲。已知兩人出拳都是隨機的，且每次出拳都為獨立事件。已知兩人猜拳 4 次，

(1) 寫出兩人平手次數之機率分布表。

平手次數 x	①	③	⑤	⑦	⑨
機率 $P(X=x)$	②	④	⑥	⑧	⑩

① _____。② _____。③ _____。④ _____。
 ⑤ _____。⑥ _____。⑦ _____。⑧ _____。
 ⑨ _____。⑩ _____。

(2) 求至少 2 次平手的機率為 _____。

解答

(1) ① 0 ② $\frac{16}{81}$ ③ 1 ④ $\frac{32}{81}$ ⑤ 2 ⑥ $\frac{8}{27}$ ⑦ 3 ⑧ $\frac{8}{81}$ ⑨ 4 ⑩ $\frac{1}{81}$

(2) $\frac{11}{27}$

解析

兩人出拳一次共有 $3 \times 3 = 9$ 種情形，其中有 3 種（都出剪刀或石頭或布）是平手的情形，所以出拳一次平手（成功）的機率為 $\frac{3}{9} = \frac{1}{3}$ ，分出輸贏（失

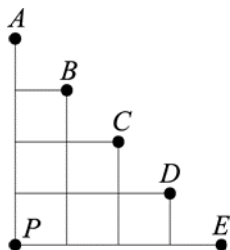
敗）的機率為 $1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$

(1) 兩人平手次數之機率分布表如下。

平手次數 x	0	1	2	3	4
機率 $P(X=x)$	$C_0^4 \left(\frac{1}{3}\right)^0 \left(\frac{2}{3}\right)^4$ $= \frac{16}{81}$	$C_1^4 \left(\frac{1}{3}\right)^1 \left(\frac{2}{3}\right)^3$ $= \frac{32}{81}$	$C_2^4 \left(\frac{1}{3}\right)^2 \left(\frac{2}{3}\right)^2$ $= \frac{24}{81} = \frac{8}{27}$	$C_3^4 \left(\frac{1}{3}\right)^3 \left(\frac{2}{3}\right)^1$ $= \frac{8}{81}$	$C_4^4 \left(\frac{1}{3}\right)^4 \left(\frac{2}{3}\right)^0$ $= \frac{1}{81}$

(2) 所求為 $\frac{24}{81} + \frac{8}{81} + \frac{1}{81} = \frac{33}{81} = \frac{11}{27}$ 。

2. 附圖是一街道圖，有一輛電動車從 P 點沿著捷徑行駛到終點 A 、 B 、 C 、 D 、 E 等處。已知電動車在每個岔路往「 $\rightarrow$ 」方向行駛的機率為 $\frac{2}{3}$ ，往「 $\uparrow$ 」方向行駛的機率為 $\frac{1}{3}$ 。



- (1) 電動車到 B 點的機率為_____。
 (2) 電動車到_____點的機率最大。

解答 (1) $\frac{8}{81}$ (2) D

解析 (1) 電動車到 B 點的行駛情況，往「 $\rightarrow$ 」方向必須 1 次，往「 $\uparrow$ 」方向必須 3 次，

故所求機率為 $C_1^4 \left(\frac{2}{3}\right)^1 \left(\frac{1}{3}\right)^3 = \frac{8}{81}$ 。

- (2) 電動車不論到哪個終點總共需走 4 段路，
 且若往「 $\rightarrow$ 」方向 k 次，則往「 $\uparrow$ 」方向就必須 $4 - k$ 次，
 因此電動車到各終點的機率為 $C_k^4 \left(\frac{2}{3}\right)^k \left(\frac{1}{3}\right)^{4-k}$ ， $k = 0, 1, 2, 3, 4$ 。
 由此列出電動車到各終點的機率分布表如下。

終點	A	B	C	D	E
機率	$\frac{1}{81}$	$\frac{8}{81}$	$\frac{24}{81}$	$\frac{32}{81}$	$\frac{16}{81}$

由上表可知電動車到終點 D 的機率最大。