

總分
測驗時間：20分鐘

# 選修數學乙(下)小試身手卷 (中偏易)

請 尊重著作權  
勿擅自翻印

## 第 10 回

範圍：單元 4 多項式方程式的根

\_\_\_\_年\_\_\_\_班\_\_\_\_號

(主題：甲)

姓名\_\_\_\_\_

### 一、單選題(5 小題，每格 10 分，共 50 分)

1. ( ) 方程式  $x^2 + 2x + 5 = 0$  的解為  $a \pm bi$ ，其中  $a$ 、 $b$  為實數，則  $a$  的值為下列哪一個選項？ (A)1 (B)-1 (C)2 (D)-2 (E)4

解答 B

解析 利用公式解，得  $x = \frac{-2 \pm \sqrt{4-20}}{2} = \frac{-2 \pm \sqrt{-16}}{2} = \frac{-2 \pm 4i}{2} = -1 \pm 2i = a \pm bi$ ，  
所以  $a = -1$

2. ( ) 下列哪一個方程式有兩相異實根？ (A) $x^2 + x + 1 = 0$  (B) $2x^2 + 2x + 1 = 0$   
(C) $x^2 - 2x + 1 = 0$  (D) $x^2 + 1 = 0$  (E) $x^2 + x - 3 = 0$

解答 E

解析 (A)判別式  $D = b^2 - 4ac = 1^2 - 4 \times 1 \times 1 = -3 < 0$ ，方程式有兩共軛虛根  
(B)判別式  $D = b^2 - 4ac = 2^2 - 4 \times 2 \times 1 = -4 < 0$ ，方程式有兩共軛虛根  
(C)判別式  $D = b^2 - 4ac = (-2)^2 - 4 \times 1 \times 1 = 0$ ，方程式有兩相等實根  
(D)判別式  $D = b^2 - 4ac = 0^2 - 4 \times 1 \times 1 = -4 < 0$ ，方程式有兩共軛虛根  
(E)判別式  $D = b^2 - 4ac = 1^2 - 4 \times 1 \times (-3) = 13 > 0$ ，方程式有兩相異實根

3. ( ) 下列哪一個方程式沒有兩相等實根？ (A) $x^2 + 2x + 1 = 0$   
(B) $4x^2 + 4x + 1 = 0$  (C) $x^2 - x + \frac{1}{4} = 0$  (D) $x^2 - 1 = 0$  (E) $x^2 - 6x + 9 = 0$

解答 D

解析 (A)判別式  $D = b^2 - 4ac = 2^2 - 4 \times 1 \times 1 = 0$ ，方程式有兩相等實根  
(B)判別式  $D = b^2 - 4ac = 4^2 - 4 \times 4 \times 1 = 0$ ，方程式有兩相等實根  
(C)判別式  $D = b^2 - 4ac = (-1)^2 - 4 \times 1 \times \frac{1}{4} = 0$ ，方程式有兩相等實根  
(D)判別式  $D = b^2 - 4ac = 0^2 - 4 \times 1 \times (-1) = 4 > 0$ ，方程式有兩相異實根  
(E)判別式  $D = b^2 - 4ac = (-6)^2 - 4 \times 1 \times 9 = 0$ ，方程式有兩相等實根

4. ( ) 已知方程式  $x^2 + 2kx + 9 = 0$  有兩實根，則實數  $k$  可為下列何者？  
(A)-3 (B)-2 (C)-1 (D)1 (E)2

解答 A

解析 因為方程式有兩實根（可能相等或相異），所以判別式  
 $D = (2k)^2 - 4 \times 1 \times 9 = 4(k^2 - 9) = 4(k-3)(k+3) \geq 0$ ，  
解得  $k \geq 3$  或  $k \leq -3$

5. ( ) 已知  $\alpha$ 、 $\beta$  為方程式  $2x^2 + 3x + 4 = 0$  的兩根，則下列選項何者錯誤？  
 (A)  $\alpha \neq \beta$  (B)  $2\alpha^2 + 3\alpha + 4 = 0$  (C)  $2\beta^2 + 3\beta = -4$  (D)  $\alpha + \beta > 0$   
 (E)  $\alpha \times \beta > 0$

解答

D

解析

(A) 判別式  $D = b^2 - 4ac = 3^2 - 4 \times 2 \times 4 < 0$ ，方程式有兩共軛虛根，所以  $\alpha \neq \beta$

(B)(C)  $\alpha$ 、 $\beta$  為方程式  $2x^2 + 3x + 4 = 0$  的兩根，所以將兩根代入，得  $2\alpha^2 + 3\alpha + 4 = 0$  且  $2\beta^2 + 3\beta + 4 = 0$ ，可得  $2\beta^2 + 3\beta = -4$

(D)(E) 由根與係數的關係，得  $\alpha + \beta = -\frac{3}{2} < 0$  且  $\alpha\beta = \frac{4}{2} = 2 > 0$

## 二、填充題(4 小題，每格 10 分，共 50 分)

1. 方程式  $x^2 - 4x + 13 = 0$ ，則其兩根為\_\_\_\_\_。

解答

$2 + 3i$  或  $2 - 3i$

解析

利用公式解，得  $x = \frac{4 \pm \sqrt{16 - 52}}{2} = \frac{4 \pm \sqrt{-36}}{2} = \frac{4 \pm 6i}{2} = 2 \pm 3i$ ，

即  $x = 2 + 3i$  或  $2 - 3i$ 。

2. 已知方程式  $x^2 - 4x + 2k = 0$  有兩相異實根，則實數  $k$  的範圍為\_\_\_\_\_。

解答

$k < 2$

解析

因為方程式有兩相異實根，所以判別式

$$D = (-4)^2 - 4 \times 1 \times 2k = 16 - 8k > 0,$$

解得  $k < 2$ 。

3. 已知方程式  $x^2 + kx - 2k = 0$  有兩共軛虛根，則實數  $k$  的範圍為\_\_\_\_\_。

解答

$-8 < k < 0$

解析

因為方程式有兩共軛虛根，所以判別式

$$D = k^2 - 4 \times 1 \times (-2k) = k^2 + 8k = k(k + 8) < 0,$$

解得  $-8 < k < 0$ 。

4. 已知  $\alpha$ 、 $\beta$  為方程式  $2x^2 + 6x + 3 = 0$  的兩根，求下列各式的值。

(1)  $\alpha^2 + \beta^2 =$ \_\_\_\_\_。

(2)  $\frac{\beta}{\alpha} + \frac{\alpha}{\beta} =$ \_\_\_\_\_。

解答

(1)6 (2)4

解析

由根與係數的關係，得  $\alpha + \beta = -\frac{6}{2} = -3$  且  $\alpha\beta = \frac{3}{2}$ 。

(1)  $\alpha^2 + \beta^2 = (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta = (-3)^2 - 2 \times \frac{3}{2} = 6$ 。

(2)  $\frac{\beta}{\alpha} + \frac{\alpha}{\beta} = \frac{\beta^2 + \alpha^2}{\alpha\beta} = \frac{6}{\frac{3}{2}} = 4$ 。