

總 分
測驗時間：20分鐘

選修數學乙(下)小試身手卷 (中偏易)

請 尊重著作權
勿擅自翻印

第 14 回

範圍：單元 5 線性規劃

(主題：乙)

____年____班____號

姓名_____

一、單選題(5 小題，每格 10 分，共 50 分)

1. () 已知 x, y 滿足聯立不等式 $\begin{cases} x+y \geq 3 \\ 3x+y \geq 5 \end{cases}$ ，求 $2x+y$ 的最小值。

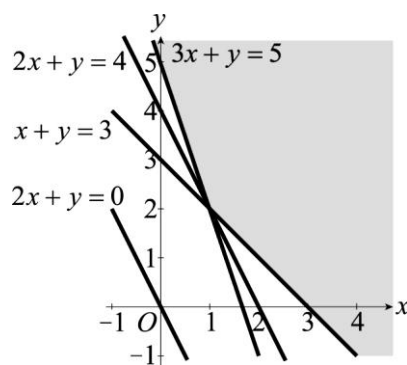
(A)2 (B)3 (C)4 (D)5 (E)8

解答

C

解析

將聯立不等式的解圖示在坐標平面上。接著，畫出通過原點的直線 $2x+y=0$ ，將其平行移動至與解區域相交，如圖所示。最後，考慮直線 $2x+y=k$ ，當 k 從 0 開始逐漸增加時，直線 $2x+y=k$ 會往右上方平行移動，且第一次與解區域相交於點 $(1, 2)$ ，此時 $2x+y=2 \times 1 + 2 = 4$ 。故根據平行線法可知：當 $(x, y) = (1, 2)$ 時， $2x+y$ 有最小值 4



2. () 已知 x, y 滿足聯立不等式 $\begin{cases} x-2y \geq -4 \\ x+y \leq 5 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$ ，求 $x+2y$ 的最大值。

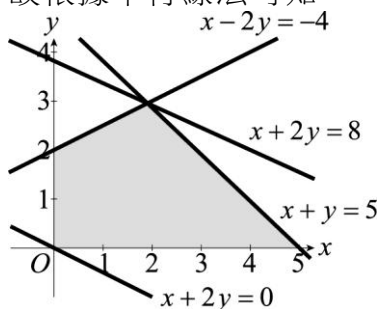
(A)2 (B)3 (C)4 (D)5 (E)8

解答

E

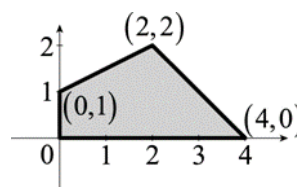
解析

將聯立不等式的解圖示在坐標平面上。接著，畫出通過原點的直線 $x+2y=0$ ，將其平行移動至與解區域相交，如圖所示。最後，與解區域相交的所有平行線中，位在最右邊的直線通過點 $(2, 3)$ ，此時 $x+2y=2+2 \times 3=8$ 。故根據平行線法可知： $x+2y$ 的最大值為 8



3. () 已知 (x, y) 為附圖四邊形邊界及其內部的點，若 $2x+3y-5$ 的最大值與最小值分別為 M 與 m ，求 $M+m$ 的值。

(A)0 (B)1 (C)3 (D)-2 (E)-7



解答

解析

A

因為聯立不等式的解為一封閉的多邊形區域，所以將其頂點坐標分別代入 $2x+3y-5$ ，

求出其值如表所示。

(x, y)	(0,0)	(4,0)	(2,2)	(0,1)
$2x+3y-5$	-5	3	5	-2

故根據頂點法可知：

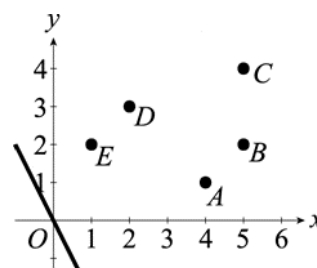
(i) 當 $(x, y) = (2, 2)$ 時， $2x+3y-5$ 有最大值 5，得 $M = 5$ 。

(ii) 當 $(x, y) = (0, 0)$ 時， $2x+3y-5$ 有最小值 -5，得 $m = -5$ 。

所以 $M+m = 5+(-5) = 0$

4. () 如圖， A 、 B 、 C 、 D 、 E 為坐標平面上的五個點，且直線 $L: 2x+y=0$ 。下列哪一個點會使得 $2x+y$ 的值最大？

(A)A (B)B (C)C (D)D (E)E



解答

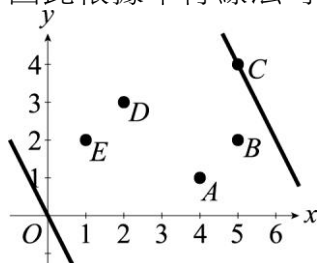
解析

C

考慮直線 $2x+y=k$ ，當 k 從 0 開始逐漸增加時，直線 $2x+y=k$ 會往右上方平行移動，

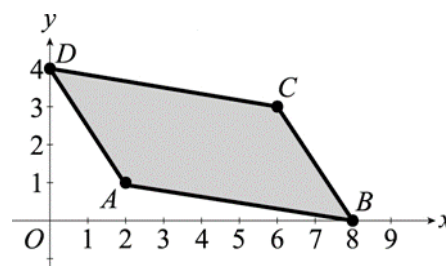
且第一個相交的點為 E 點，此時 $2x+y$ 的值最小。

因此根據平行線法可知直線 L 過 C 點時 $2x+y$ 有最大值



5. () 某線性規劃問題的可行解區域為坐標平面上由點 $A(2,1)$ 、 $B(8,0)$ 、 $C(6,3)$ 與 $D(0,4)$ 所圍成的平行四邊形及其內部的點，如圖所示。已知目標函數 $ax+by$ (其中 a 、 b 為常數) 在 C 點有最大值 27，求此目標函數在同個可行解區域內的最小值。

(A)3 (B)6 (C)9 (D)12 (E)18



解答

解析

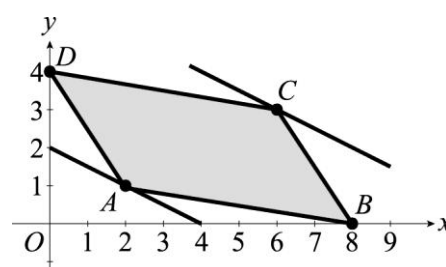
C

由題意知在 C 點有最大值 27，即當 $(x, y) = (6, 3)$ 時， $ax+by$ 有最大值 27，

得 $a \times 6 + b \times 3 = 27$ ，化簡得 $2a+b=9$ 。

可知在 A 點有最小值，即當 $(x, y) = (2, 1)$ 時， $ax+by$ 有最小值，

得 $a \times 2 + b \times 1 = 2a+b=9$



二、填充題(2 小題，每格 10 分，共 50 分)

1. 某公司有甲、乙兩工廠生產輕便桌椅。

(i) 甲廠每小時可完成 1 張桌子與 3 張椅子。

(ii) 乙廠每小時可完成 2 張桌子與 2 張椅子。

今公司接到訂單，須提供 16 張桌子與 24 張椅子。假設甲工廠須工作 x 小時，乙工廠須工作 y 小時才能完成訂單，且公司希望兩工廠的總工作時數 $P=x+y$ 達最少。

(1) 試列出可行解區域所表示的二元一次聯立不等式：_____。

(2) 承上題，求使得 $P=x+y$ 的值最小之最佳解 $(x,y) =$ _____。

解答

$$(1) \begin{cases} x+2y \geq 16 \\ 3x+2y \geq 24 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases} \quad (2) (4,6)$$

解析

依題意分析如表：

桌椅 \ 工廠	甲	乙	需求
桌子	1	2	16
椅子	3	2	24

(1) 因為須供應 16 張桌子與 24 張椅子，所以 $x+2y \geq 16$ 且 $3x+2y \geq 24$ ，

$$\text{又 } x、y \text{ 不為負數，可得 } \begin{cases} x+2y \geq 16 \\ 3x+2y \geq 24 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}。$$

(2) 將聯立不等式的解圖示在坐標平面上，並畫出通過原點的直線 $x+y=0$ ，

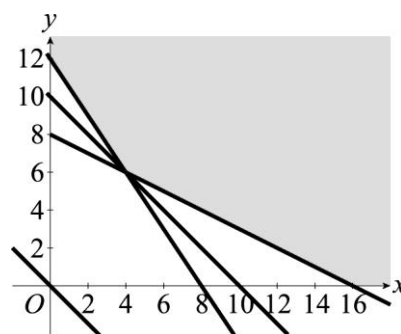
將其平行移動至與解區域相交，如圖所示。

當直線 $x+y=0$ 往右上方平行移動時，最先通過解區域中的點 $(4,6)$ ，

此時 $P=x+y=4+6=10$ (小時)。

所以甲廠工作 4 小時，乙廠工作 6 小時，可使兩工廠的總工作時數最少，

故最佳解 $(x,y) = (4,6)$ 。



2. 某公司所生產的產品，存放在甲、乙兩倉庫的數量分別有 50 單位與 60 單位，且表(一)是由各倉庫運到 A、B 兩市場每單位的運費。今 A 市場需要產品 40 單位，B 市場需要產品 50 單位，試問在滿足兩市場的需求下，設由甲倉庫運送 x 單位到 A 市場、 y 單位到 B 市場，以及須由乙倉庫運送 $40-x$ 單位到 A 市場、 $50-y$ 單位到 B 市場。將上述資訊整理如表(二)。

表一

倉庫 \ 市場	A 市場	B 市場
甲倉庫	120 元	180 元
乙倉庫	150 元	200 元

表二

倉庫 \ 市場	A 市場	B 市場	庫存
甲倉庫	x	y	50
乙倉庫	$40-x$	$50-y$	60
需求	40	50	

(1) 由題意及表(二)，列出可行解區域所表示的二元一次聯立不等式：

(2) 由題意及表(一)、表(二)可列出運費，即目標函數為_____。

(3) 承上題，可得最佳解 $(x,y) =$ _____時，運費會最省。

解答

$$(1) \begin{cases} x+y \leq 50 \\ x+y \geq 30 \\ 0 \leq x \leq 40 \\ 0 \leq y \leq 50 \end{cases} \quad (2) P = -30x - 20y + 16000 \quad (3) (40, 10)$$

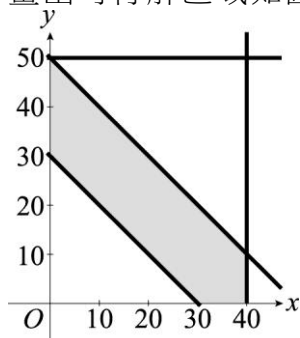
解析

(1) 依題意列式，得

$$\begin{cases} x+y \leq 50 \\ (40-x) + (50-y) \leq 60 \\ 40-x \geq 0 \\ 50-y \geq 0 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}, \text{ 整理得 } \begin{cases} x+y \leq 50 \\ x+y \geq 30 \\ 0 \leq x \leq 40 \\ 0 \leq y \leq 50 \end{cases}.$$

(2) 運費為 $120x + 180y + 150(40-x) + 200(50-y) = -30x - 20y + 16000$ (元)，
即目標函數為 $P = -30x - 20y + 16000$ 。

(3) 畫出可行解區域如圖。



因為聯立不等式的解為一封閉的多邊形區域，
所以將其頂點坐標分別代入 $P = -30x - 20y + 16000$ ，求出其值如表所示。

(x,y)	(30,0)	(40,0)	(40,10)	(0,30)	(0,50)
P	15100	14800	14600	15400	15000

最後，根據頂點法得知：當 $(x,y) = (40,10)$ 時，

$P = -30x - 20y + 16000$ 有最小值 14600。

所以由甲倉庫運送 40 單位到 A 市場、10 單位到 B 市場，

且由乙倉庫運送 0 單位到 A 市場、40 單位到 B 市場可得運費最少為 14600 元。

故最佳解 $(x,y) = (40,10)$ 。