總　　分
測驗時間：20分鐘

選修數學乙(下)小試身手卷（中偏易）

請 尊重著作權 勿擅自翻印

第 6 回

範圍：單元 2 二項分布

（主題：甲乙丙）

____年____班____號

姓名______________

一 、 單選題(5 小題，每格 10 分，共 50 分)

1.（　　）有 4 題五選一的單選題，某生每題皆隨意選擇一個選項作答。已知每題答對與否為獨立事件，求恰答對 3 題的機率。

(A) $\frac{1}{125}$　(B) $\frac{4}{125}$　(C) $\frac{8}{125}$　(D) $\frac{4}{625}$　(E) $\frac{16}{625}$

解答　E

解析　每題五選一的單選題答對的機率為 $\frac{1}{5}$，答錯的機率為 $1-\frac{1}{5}=\frac{4}{5}$，

因為 4 題中恰答對 3 題的情形有 C_3^4 種，又每一種情形的機率都是 $(\frac{1}{5})^3(\frac{4}{5})^1$，

所以 4 題中恰答對 3 題的機率為 $C_3^4(\frac{1}{5})^3(\frac{4}{5})^1=\frac{16}{625}$

2.（　　）甲、乙兩人進行「剪刀、石頭、布」的猜拳遊戲。已知兩人出拳都是隨機的，且每次出拳都為獨立事件。今兩人猜拳 30 次，求平手次數的期望值。　(A)5　(B)10　(C)15　(D)20　(E) $\frac{30}{9}$

解答　B

解析　兩人出拳一次共有 3 × 3 = 9 種情形，其中有 3 種是平手的情形。

因此，出拳一次平手的機率為 $\frac{3}{9}=\frac{1}{3}$，所以這是 n = 30， $p=\frac{1}{3}$ 的二項分布，

此時期望值 $E(X)=np=30\times\frac{1}{3}=10$

3.（　　）投擲一粒公正的六面體骰子 5 次，求至多 2 次出現大於 3 點的機率。

(A) $\frac{1}{2}$　(B) $\frac{5}{16}$　(C) $\frac{20}{81}$　(D) $\frac{64}{81}$　(E) $\frac{56}{243}$

解答　A

解析　投擲一粒公正骰子出現大於 3 點的點數為 4、5、6，

所以其機率為 $\frac{3}{6}=\frac{1}{2}$，

至多 2 次出現大於 3 點的情況，即大於 3 點的情形為 0 次、1 次、2 次，

依題意所求為 $C_0^5(\frac{1}{2})^0(\frac{1}{2})^5+C_1^5(\frac{1}{2})^1(\frac{1}{2})^4+C_2^5(\frac{1}{2})^2(\frac{1}{2})^3=\frac{16}{32}=\frac{1}{2}$

4.（　　）袋中有大小相同的紅球 1 顆、白球 2 顆。每次從袋中取出一球，觀察顏色後再放回袋中，共取球 72 次。設每一次取球都為獨立事件，且每球被取到的機會均等。求取到紅球次數的標準差。

(A)3　(B)4　(C)5　(D)$\sqrt{3}$　(E)$\sqrt{5}$

解答　B

解析　令隨機變數 X 表示取到紅球的次數，

每次從袋中取出一球而取到紅球的機率 $p=\frac{1}{3}$，

所以 X 的機率分布是 $n=72$，$p=\frac{1}{3}$ 的二項分布，

此時 X 的標準差 $\sigma(X)=\sqrt{np(1-p)}=\sqrt{72\times\frac{1}{3}\times(1-\frac{1}{3})}=4$

5.（　　）重複「同時擲兩粒公正骰子」72 次，觀察所出現的點數，並令隨機變數 X 表示兩粒骰子點數不相同的次數，求 X 的變異數。

(A)10　(B)12　(C)18　(D)50　(E)72

解答　A

解析　擲兩粒公正骰子而點數不相同的機率 $p=\frac{6\times5}{6\times6}=\frac{5}{6}$，

所以 X 的機率分布是 $n=72$，$p=\frac{5}{6}$ 的二項分布，

此時 X 的變異數 $\mathrm{Var}(X)=np(1-p)=72\times\frac{5}{6}\times(1-\frac{5}{6})=10$

二、填充題(2 小題，每格 10 分，共 50 分)

1. 一箱子中有編碼分別為 1、2、2、3、3、3 的六張卡片，重複抽出一張卡片再放回箱子中，每張卡片被抽到的機會均等，

(1)若共抽卡片 4 次，則恰兩次抽出 2 號卡片的機率為____________。

(2)若共抽卡片 18 次，抽出 2 號卡片次數的期望值為____________。

(3)若共抽卡片 18 次，抽出 2 號卡片次數的標準差為____________。

解答　(1)$\frac{8}{27}$　(2)6　(3)2

解析　抽出 2 號卡片的機率為 $p=\frac{2}{6}=\frac{1}{3}$，

(1) 恰兩次抽出 2 號卡片的機率為 $C^4_2(\frac{1}{3})^2(\frac{2}{3})^2=\frac{8}{27}$。

(2) 抽出 2 號卡片的機率為 $p=\frac{1}{3}$，所以這是 $n=18$，$p=\frac{1}{3}$ 的二項分布，

則期望值 $E(X)=np=18\times\frac{1}{3}=6$。

(3) 標準差 $\sigma(X)=\sqrt{np(1-p)}=\sqrt{18\times\frac{1}{3}\times\frac{2}{3}}=2$。

2. 某公司宣稱其公司的藥劑檢驗癌症失誤的機率 p 在 0.1 以下（含 0.1）。今檢定該藥劑檢驗失誤的機率，並列出前三個步驟如下：

(i)假設「藥劑檢驗失誤的機率 $p \le 0.1$」；

(ii)確立檢定統計量為「隨機觀察 4 次藥劑檢驗失誤的次數」；

(iii)設定顯著水準為 0.05。

回答下列問題。

(1) 設隨機變數 X 表示藥劑檢驗失誤的次數，求拒絕域 X = ____________。

(2) 若試驗的結果為有 2 次藥劑檢驗失誤，則是否拒絕「藥劑檢驗失誤的機率 $p \le 0.1$」的假設？____________（填是或否）

解答　(1)4，3　(2)否

解析　(1) 因為 $P(X = 4) + P(X = 3)$

$= C_4^4(0.1)^4 + C_3^4(0.1)^3(0.9) = 0.0037 < 0.05$（顯著水準），

而 $P(X = 4) + P(X = 3) + P(X = 2)$

$= C_4^4(0.1)^4 + C_3^4(0.1)^3(0.9) + C_2^4(0.1)^2(0.9)^2 = 0.0523 > 0.05$（顯著水準），

所以拒絕域為 X = 4，3。

(2) 因為試驗的結果為有 2 次藥劑檢驗失誤，即 $X = 2$，沒落在拒絕域，所以不拒絕「藥劑檢驗失誤的機率 $p \le 0.1$」的假設。

故答否。