

一、單選題 (每題 5 分，共 10 分)

1. 調查某地區高一 1122 名學生每分鐘脈搏數如下表，則第 65 百分位數 (P_{65}) 為下列何者？

每分鐘 脈搏數	70(含) 以下	71	72	73	74	75	76	77	78	79	80	81(含) 以上
人 數	167	74	81	88	85	92	95	88	75	69	53	155

- (A) 75 (B) 76 (C) 77 (D) 78 (E) 79

解 由題目知，資料作累計人數表如下：

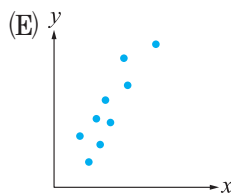
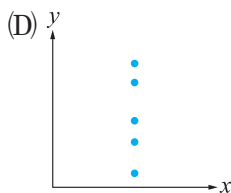
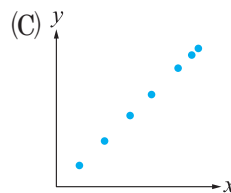
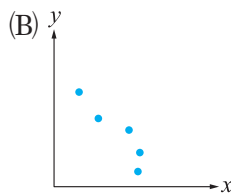
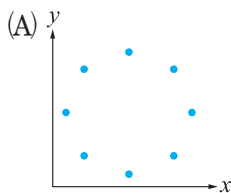
每分鐘 脈搏數	70(含) 以下	71	72	73	74	75	76	77	78	79	80	81(含) 以上
人 數	167	74	81	88	85	92	95	88	75	69	53	155
累計人數	167	241	322	410	495	587	682	770	845	914	967	1122

$$1122 \times 0.65 = 729.3$$

故 P_{65} 即第 730 名學生的脈搏數，即為 77

故選(C)

2. 請就下列 5 個二維數據的散布圖中，選出相關係數最接近 1 的選項。



解 圖(A)與圖(D)為零相關，圖(B)的相關係數小於 0
圖(E)各點靠近最適直線的程度不如圖(C)
圖(C)的點幾乎在一條直線上，故選(C)

二、多選題 (每題5分，所有選項均答對者得5分，錯一個選項得3分，錯兩個選項得1分，其餘不給分，共10分)

3. 某校高一 760 名學生的數學段考成績算術平均為 50 分，標準差為 16 分，經全年級任課老師協調，決定以原始成績乘以 0.7 再加 30 分的方式調整。試就調整後的成績，選出正確的選項。

- (A) 算術平均數變為 80 分
(B) 標準差變為 11.2 分
(C) 變異數不變
(D) 第 50 百分位數不變
(E) 最高分與最低分的差距變小

解 調整公式為 $y = 0.7x + 30$

- (A) $\times$ ：新的算術平均數 $\mu' = 0.7 \times 50 + 30 = 65$ (分)
(B) $\bigcirc$ ：新的標準差 $\sigma' = 0.7 \times 16 = 11.2$ (分)
(C) $\times$ ：標準差改變，變異數必改變
(D) $\times$ ：除了 100 分仍為 100 分以外，所有的分數都有變動
(E) $\bigcirc$ ：設 M 與 m 分別為原始分數的最高分與最低分，調整後分別為 M' 與 m'
則 $M' - m' = (0.7M + 30) - (0.7m + 30) = 0.7(M - m) < M - m$

故選(B)(E)

4. 某校高一段考數學成績的平均為 48 分，標準差為 12 分；物理成績的平均為 50 分，標準差為 8 分；計算兩科成績的相關係數為 0.75。如果將每名學生的數學成績直接加 12 分，物理成績乘以 0.8 再加 20 分，且調整後的分數都未超過 100 分。試就調整後的成績，選出正確選項。

- (A) 調整後數學平均為 60 分
(B) 調整後數學標準差為 24 分
(C) 調整後物理平均為 40 分
(D) 調整後物理標準差為 6.4 分
(E) 調整後數學與物理的相關係數為 0.6

解 令數學成績調整公式為 $x' = x + 12$ ，物理成績調整公式為 $y' = 0.8y + 20$

- (A) $\bigcirc$ ：調整後數學平均為 $\mu_{x'} = 48 + 12 = 60$ (分)
(B) $\times$ ：調整後數學標準差不變，即 $\sigma_{x'} = 12$ (分)
(C) $\times$ ：調整後物理平均為 $\mu_{y'} = 0.8 \times 50 + 20 = 60$ (分)
(D) $\bigcirc$ ：調整後物理標準差為 $\sigma_{y'} = 0.8 \times 8 = 6.4$ (分)
(E) $\times$ ： $\because$ 數學調整公式與物理調整公式的伸縮係數都大於 0 (同號)
 $\therefore$ 相關係數仍為 0.75

故選(A)(D)

三、填充題(每格5分,共60分)

5. 為反映國際原油價格的漲跌,石油公司每週調整汽油價格。已知小雯固定每週三加油一次,過去五週的汽油價格分別是31,31,32,31,30(單位:元/公升),小雯依序在這五週內分別加油20,20,15,20,25(單位:公升)。試求:

(1) 這五週的平均汽油價格為_____元/公升。

(2) 小雯加油平均支出為_____元/公升。

解 (1) 汽油平均價格即為這五週汽油價格的算術平均數

$$\frac{1}{5} \times (31 + 31 + 32 + 31 + 30) = 31 \text{ (元/公升)}$$

(2) 平均支出即為這五週油價乘以加油數量的加權平均數

$$\frac{31 \times 20 + 31 \times 20 + 32 \times 15 + 31 \times 20 + 30 \times 25}{20 + 20 + 15 + 20 + 25} = \frac{3090}{100} = 30.9 \text{ (元/公升)}$$

6. 假設某校高一甲、乙、丙班各有學生35、40、35人。已知這次段考的數學成績,高一甲、乙班的平均分別是66分、63分,則:

(1) 甲、乙兩班平均為_____分。

(2) 若甲、乙、丙三班平均為63分,則丙班平均為_____分。

解 (1) $\frac{66 \times 35 + 63 \times 40}{35 + 40} = \frac{4830}{75} = 64.4 \text{ (分)}$

(2) 令丙班平均成績為 x 分

$$\text{則 } \frac{66 \times 35 + 63 \times 40 + 35x}{35 + 40 + 35} = 63$$

$$\Rightarrow 4830 + 35x = 6930$$

$$\Rightarrow 35x = 2100, \text{ 得 } x = 60$$

故丙班平均為60分

7. 已知 1, 3, 5, 7, 9 的算術平均數為 5, 標準差為 $2\sqrt{2}$, 則 12, 32, 52, 72, 92 的算術平均數為 _____, 標準差為 _____。

解 觀察已知條件, 得 12, 32, 52, 72, 92 與 1, 3, 5, 7, 9 的關係為 $y = 10x + 2$
 故算術平均數為 $10 \times 5 + 2 = 52$,
 標準差為 $10 \times 2\sqrt{2} = 20\sqrt{2}$

8. 某校高一第一次段考數學成績平均為 36 分, 標準差為 8 分。已知小華得分為 64, 是全年級最高分, 則:

- (1) 將小華得分標準化, 可得標準化數據為 _____。
- (2) 由於成績偏低, 老師們決定將每位同學的原始分數標準化以後, 將標準化數據 X 乘以 10 再加 60 的方式調整 (即為 $Y = 60 + 10X$)。若小明的原始分數為 16 分, 則調整後的分數為 _____ 分。

解 (1) $\frac{64 - 36}{8} = \frac{28}{8} = 3.5$

(2) 將小明的分數標準化可得 $\frac{16 - 36}{8} = -2.5$

故調整後分數為 $60 + 10 \times (-2.5) = 35$

9. 1897年，美國物理學家多貝爾教授提出多貝爾定律，說明環境溫度（在某個範圍內）與某種蟋蟀叫聲頻率的關係。為了驗證這個定律，小雯以 x_i 表示當時的環境溫度（攝氏），以 y_i 表示叫聲頻率，記錄一組二維數據，並計算出平均數 $\mu_x = 20$ ， $\mu_y = 110$ ，標準差 $\sigma_x = 7$ ， $\sigma_y = 49$ ，相關係數 $r = 0.95$ 。試求：

- (1) 當環境溫度為 28°C 時，可預估蟋蟀叫聲頻率為_____。（四捨五入取到整數位）
- (2) 如果將環境溫度 $x_i(^{\circ}\text{C})$ 改用華氏 $x'_i(^{\circ}\text{F})$ 表示，即 $x'_i = \frac{9}{5}x_i + 32$ ，則 x'_i 與 y_i 的相關係數 $r' =$ _____。

解

- (1) 最適直線方程式為 $y - 110 = 0.95 \times \frac{49}{7}(x - 20)$ ，即 $y = 110 + 6.65(x - 20)$

令 $x = 28$ 代入上式，得 $y = 110 + 6.65(28 - 20) = 163.2 \approx 163$

- (2) 可以看成這兩個變量分別以 $x'_i = \frac{9}{5}x_i + 32$ 與 $y'_i = y_i$ 做平移伸縮

由於伸縮係數 1 與 $\frac{9}{5}$ 同號（都大於 0），故相關係數仍為 0.95

10. 一組二維數據 (x_i, y_i) 的平均數 $\mu_x = 12$ ， $\mu_y = 17$ ，已知 x_i 的標準差 $\sigma_x = 3$ ， x_i 與 y_i 的相關係數 $r = 0.8$ ，且 y 對 x 的最適直線 L 通過點 $(6, 9)$ ，則：

- (1) 最適直線 L 的斜率 $m =$ _____。
- (2) y_i 的標準差 $\sigma_y =$ _____。

解

- (1) 已知最適直線通過 $(6, 9)$ ，且最適直線必過 $(\mu_x, \mu_y) = (12, 17)$

故可求得斜率為 $\frac{17 - 9}{12 - 6} = \frac{4}{3}$

- (2) 另一方面，最適直線的斜率也等於 $r \times \frac{\sigma_y}{\sigma_x}$ ，即 $0.8 \times \frac{\sigma_y}{3} = \frac{4}{3}$ ，解得 $\sigma_y = 5$

四、計算題(每題 10 分, 共 20 分)

11. 某公司最近三年的營業額成長率依序是 -1% (衰退 1%)、 -19% (衰退 19%)、 21% (成長 21%)，試求：

- (1) 該公司這三年的營業額成長率之平均。(5 分)
- (2) 該公司的營業額是成長還是衰退？百分比為多少？(5 分)

解 由題意知，這三年的營業額分別是前一年的 99% ， 81% ， 121%

- (1) 平均營業額成長率為

$$\begin{aligned} & \sqrt[3]{0.99 \times 0.81 \times 1.21} - 1 \\ &= \sqrt[3]{\frac{99}{100} \times \frac{81}{100} \times \frac{121}{100}} - 1 \\ &= \sqrt[3]{\frac{9 \times 11 \times 9 \times 9 \times 11 \times 11}{100 \times 100 \times 100}} - 1 \\ &= \frac{9 \times 11}{100} - 1 = 0.99 - 1 = -0.01 \end{aligned}$$

即為 -1%

- (2) 承(1)，平均而言，該公司營業額是衰退的，比率為 1%

12. 已知一群二維數據 (x_i, y_i) 中， x_i 的算術平均數 $\mu_x = 40$ ， x_i 與 y_i 的標準差相等 (即

$\sigma_x = \sigma_y$)，且 y 對 x 的最適直線方程式為 $y = \frac{3}{4}x + 20$ ，試求：

- (1) y_i 的算術平均數 μ_y 。(5 分)
- (2) x_i 與 y_i 的相關係數 r 。(5 分)

解 (1) 最適直線必過 (μ_x, μ_y) ，故 $\mu_y = \frac{3}{4}\mu_x + 20$ ，將 $\mu_x = 40$ 代入得 $\mu_y = 50$

- (2) 觀察最適直線方程式，知其斜率為 $\frac{3}{4}$

另一方面，最適直線的斜率為 $r \cdot \frac{\sigma_y}{\sigma_x}$ ，故 $r \cdot \frac{\sigma_y}{\sigma_x} = \frac{3}{4}$

由已知得 $\sigma_x = \sigma_y$ ，故得 $r = \frac{3}{4} = 0.75$