



一、單選題 (每題 5 分, 共 10 分)

1. 坐標空間中, 下列哪一點與 xy 平面的距離最近?(A) $(1, 2, -2)$ (B) $(2, -3, 6)$ (C) $(4, 2, -4)$ (D) $(4, 7, 4)$ (E) $(12, 4, 3)$ **解** 取各點 z 坐標的絕對值(A) $|-2| = 2$ (B) $|6| = 6$ (C) $|-4| = 4$ (D) $|4| = 4$ (E) $|3| = 3$

故選(A)

2. 空間中兩相交直線 L 與 M , 夾角為 20° 。將 M 繞著 L 轉一周, 得一直圓錐面。假設平面 E 過 L 與 M 的交點 K , 且其法線方向與直線 L 的方向夾角為 70° , 則平面 E 與此直圓錐面的截痕是下列哪一個選項?

(A) 雙曲線

(B) 拋物線

(C) 橢圓

(D) 一直線

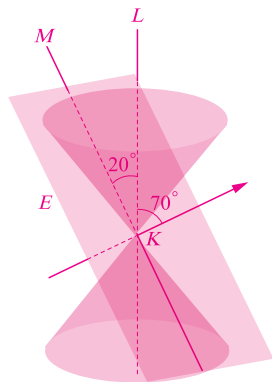
(E) 兩相交直線

解 因為平面 E 過此直圓錐面的頂點 K ,

故圓錐截痕為退化的二次曲線

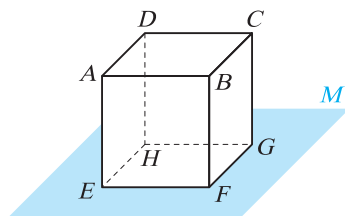
又平面 E 的法線方向與直線 L 的方向夾角為 70° ,可得母線 M 落在平面上

因此截痕為一條直線, 故選(D)



二、多選題 (每題 5 分, 所有選項均答對者得 5 分, 錯一個選項得 3 分, 錯兩個選項得 1 分, 其餘不給分, 共 10 分)

3. 如右圖正立方體在平面 M 上, 試就各頂點所決定的直線或平面之間的關係, 選出正確的選項。



- (A) 直線 AE 與直線 CD 垂直
- (B) 直線 AE 與直線 EG 垂直
- (C) 直線 EF 與直線 CD 平行
- (D) 直線 CD 與平面 M 垂直
- (E) 平面 $ABCD$ 與平面 M 平行

解 (A) \times : 直線 AE 與直線 CD 歪斜

(B)

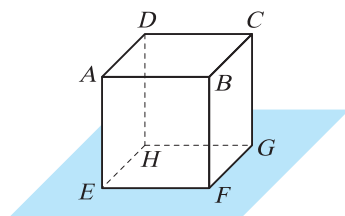
(C)

(D) \times : 直線 CD 與平面 M 平行

(E)

故選(B)(C)(E)

4. 如右圖正立方體, 試就各稜所決定的直線或平面之間的關係, 選出正確的選項。



- (A) 有 4 條直線與直線 AB 平行
- (B) 有 4 條直線與直線 AB 歪斜
- (C) 有 4 條直線與直線 AB 垂直
- (D) 有 4 條直線與平面 $EFGH$ 平行
- (E) 有 4 條直線與平面 $EFGH$ 垂直

解 (A) \times : 只有直線 EF 、 HG 、 DC 等 3 條

(B) : 分別是直線 EH 、 FG 、 CG 、 DH

(C) : 分別是直線 AD 、 AE 、 BC 、 BF

(D) : 分別是直線 AB 、 BC 、 CD 、 DA

(E) : 分別是直線 AE 、 BF 、 CG 、 DH

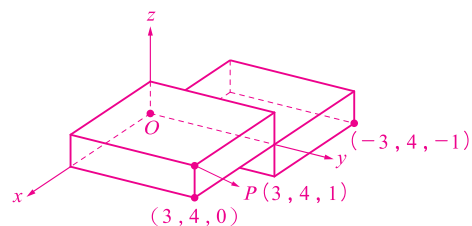
故選(B)(C)(D)(E)

三、填充題 (每格 5 分, 共 60 分)

5. 坐標空間中, P 點在 xy 平面的投影點為 $(3, 4, 0)$, 對 y 軸對稱點坐標為 $(-3, 4, -1)$, 則 P 點坐標為 _____, P 點到 xz 平面的距離為 _____。

解 如右圖, 由已知可得 P 點坐標為 $(3, 4, 1)$

P 點到 xz 平面的距離為 y 坐標的絕對值, 即 $|4| = 4$



6. 如右圖為一長方體, 已知 $\overline{AD} = 3$, $\overline{AE} = 4$, $\overline{EF} = 12$ 。試求:

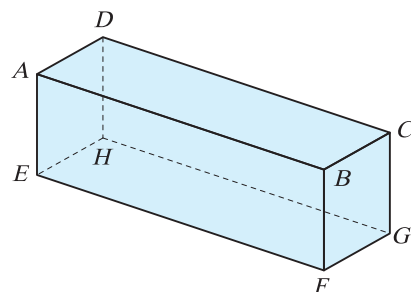
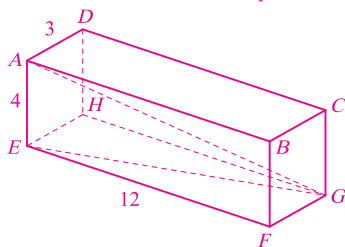
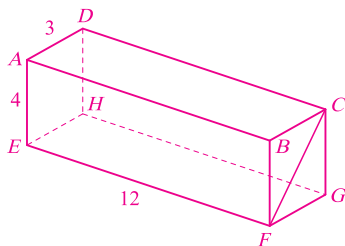
(1) C 點到直線 EF 的距離為 _____。

(2) 線段 AG 的長度為 _____。

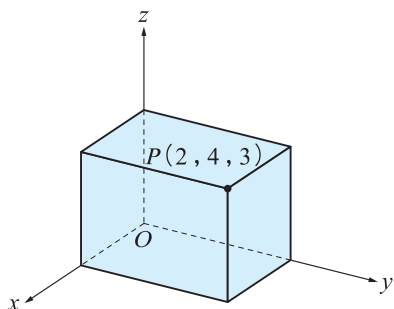
解 (1) 所求為 \overline{CF}

$$\begin{aligned}\overline{CF} &= \sqrt{\overline{CG}^2 + \overline{GF}^2} \\ &= \sqrt{4^2 + 3^2} \\ &= 5\end{aligned}$$

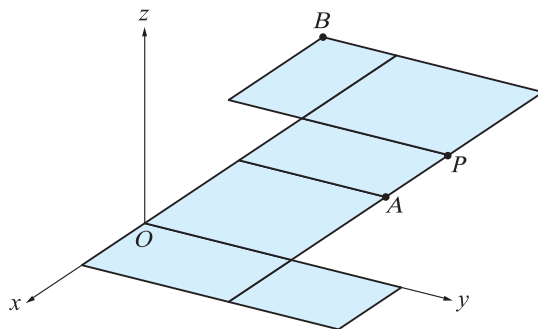
$$\begin{aligned}(2) \overline{AG} &= \sqrt{\overline{AE}^2 + \overline{EG}^2} \\ &= \sqrt{4^2 + (12^2 + 3^2)} \\ &= \sqrt{169} \\ &= 13\end{aligned}$$



7. 圖(一)為坐標空間中的長方體， P 點坐標為 $(2, 4, 3)$ ，將此長方體展開以後，如圖(二)，試求：



圖(一)



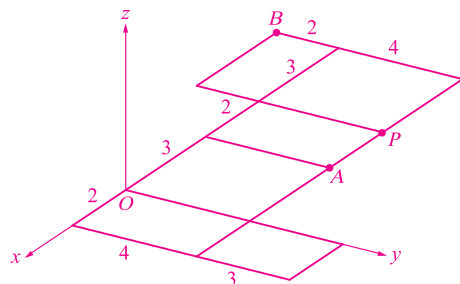
圖(二)

- (1) A 點在圖(二)的坐標為 _____。
- (2) B 點在圖(二)的坐標為 _____。

解 在展開圖標示各邊長度

故知 A 點坐標為 $(-3, 4, 0)$

B 點坐標為 $(-8, -2, 0)$



8. 從坐標空間中由 A 點沿著直線向點 $B(3, 9, -4)$ 移動，已知線段 AB 的中點 C 坐標為 $(5, -3, 6)$ 。試求：

- (1) A 點坐標為 _____。
- (2) 線段 BC 中點坐標為 _____。

解 (1) 設 $A(a, b, c)$

由中點公式

$$(5, -3, 6) = \left(\frac{a+3}{2}, \frac{b+9}{2}, \frac{c-4}{2} \right)$$

$$\text{得 } a+3=10, b+9=-6, c-4=12$$

$$\therefore (a, b, c) = (7, -15, 16)$$

- (2) 線段 BC 中點坐標為

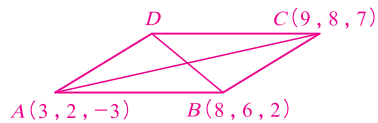
$$\left(\frac{3+5}{2}, \frac{9+(-3)}{2}, \frac{(-4)+6}{2} \right) = (4, 3, 1)$$



9. 坐標空間中，已知平行四邊形 $ABCD$ 的 A 點坐標 $(3, 2, -3)$ ， B 點坐標 $(8, 6, 2)$ ， C 點坐標 $(9, 8, 7)$ 。則線段 AC 的中點坐標為_____， D 點坐標為_____。

解

$$(1) \text{ 線段 } AC \text{ 的中點坐標為 } \left(\frac{3+9}{2}, \frac{2+8}{2}, \frac{(-3)+7}{2} \right) \\ = (6, 5, 2)$$



$$(2) \text{ 設 } D \text{ 點坐標為 } (a, b, c)$$

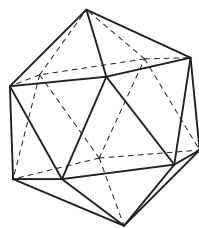
\because 平行四邊形對角線互相平分，線段 BD 的中點即線段 AC 的中點

$$\therefore \left(\frac{a+8}{2}, \frac{b+6}{2}, \frac{c+2}{2} \right) = (6, 5, 2)$$

$$\text{得 } (a, b, c) = (4, 4, 2)$$

10. 如右圖，已知正二十面體由 20 個正三角形構成，有 12 個頂點，每個頂點都連接 5 個稜。現在有一稜長為 12 的正二十面體，試求：

- (1) 有_____個稜。
 (2) 表面積為_____平方單位。



解

- (1) 每個頂點連接 5 個稜

12 個頂點共有 60 個稜

但每個稜都重複一次

故實際為 30 個稜

$$(2) \frac{1}{2} \times 12 \times 12 \times \sin 60^\circ \times 20$$

$$= \frac{1}{2} \times 12 \times 12 \times \frac{\sqrt{3}}{2} \times 20$$

$$= 720\sqrt{3} \text{ (平方單位)}$$

四、計算題 (每題 10 分, 共 20 分)

11. 兒童樂園裡有一個半徑為 2 公尺的地球儀, 上面有兩隻快樂的小螞蟻—小螞與小蟻, 試回答下列問題:

- (1) 小螞與小蟻都在東經 120 度線上, 但小螞在北緯 60 度位置, 小蟻在赤道位置。它們同時出發, 小螞沿著北緯 60 度線, 小蟻沿著赤道(0 度緯線), 同時往東爬行一圈。已知小螞每分鐘爬行 2 公尺, 如果希望它們同時回到出發點, 則小蟻每分鐘應爬行多少公尺?(5 分)
- (2) 小螞與小蟻同時在 0 度經線與赤道(0 度緯線)的交點上出發, 小螞以每分鐘 1 公尺的速率沿著赤道往西爬行, 小蟻以每分鐘 3 公尺的速率沿著赤道往東爬行, 則小螞與小蟻在東經或西經多少度第一次相遇?(5 分)

解 (1) 設小蟻每分鐘爬行 x 公尺, 因同時回到出發點, 故所需時間相等

$$r' = r \cos 60^\circ = 2 \times \frac{1}{2} = 1$$

$$\frac{2\pi \times 2}{x} = \frac{2\pi \times 1}{2}$$

$$\Rightarrow x = 4$$

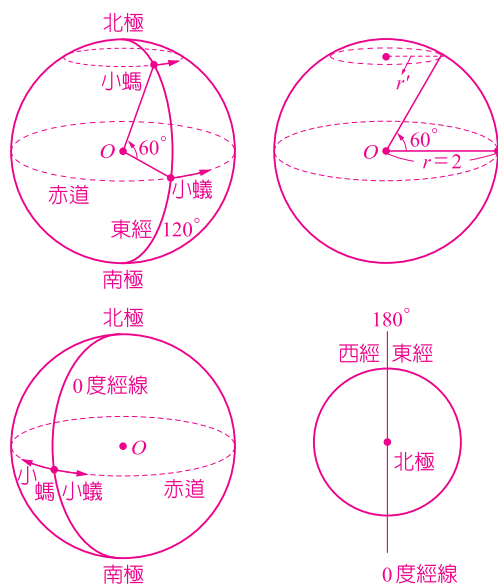
\therefore 小蟻每分鐘爬行 4 公尺

- (2) 設小螞繞著球心走了 x° , 則小蟻走了 $3x^\circ$

$$x^\circ + 3x^\circ = 360^\circ$$

$$\Rightarrow x = 90$$

\therefore 在西經 90 度第一次相遇



12. 在半徑為 12 公分的球面上建立與地球相同的經緯度, 若

- (1) A 點在北緯 30 度東經 120 度, B 點在南緯 60 度東經 120 度, 試求 \overline{AB} 的長度。(5 分)
- (2) C 點在北緯 60 度東經 150 度, D 點在北緯 60 度西經 90 度, 試求 \overline{CD} 的長度。(5 分)

解 (1) $\angle AOB = 90^\circ$

由畢氏定理知

$$\overline{AB}^2 = 12^2 + 12^2 = 288$$

$$\therefore \overline{AB} = 12\sqrt{2} \text{ (公分)}$$

- (2) $r' = r \cos 60^\circ$

$$= 12 \times \frac{1}{2}$$

$$= 6 \text{ (公分)}$$

由北極上方俯視北緯 60 度小圓

$$\angle CO'D = 360^\circ - (150^\circ + 90^\circ) = 120^\circ$$

由餘弦定理知

$$\overline{CD}^2 = 6^2 + 6^2 - 2 \times 6 \times 6 \cos 120^\circ$$

$$= 36 + 36 + 36 = 108$$

$$\therefore \overline{CD} = \sqrt{108} = 6\sqrt{3} \text{ (公分)}$$

